

# Stochastische Modellierung von Setzungen

Mauro Poblete,<sup>1,2</sup> Torsten Wichtmann<sup>1</sup>, Andrzej Niemunis<sup>1</sup>

## Zusammenfassung

*Das Ziel der in diesem Beitrag beschriebenen Studie ist die Abschätzung der Setzungsdifferenzen von Gründungen auf Sand infolge zyklischer Belastung anhand der während der Bauphase auftretenden Setzungsdifferenzen infolge des Eigengewichts der Konstruktion. Das Verhältnis der Setzungsdifferenzen infolge statischer und zyklischer Belastung wurde in Finite Elemente Berechnungen an Flachgründungen auf einem Baugrund mit stochastisch fluktuierender Porenzahl untersucht. Während die Setzungen infolge statischer Belastung mittels Hypoplastizität mit intergranularer Dehnung berechnet wurden, wurde für die Setzungen infolge zyklischer Belastung das hochzyklische Akkumulationsmodell von [Niemunis et al., 2005b] verwendet.*

## 1 Einführung

Differenzsetzungen entstehen durch einen inhomogenen Baugrund oder eine unregelmäßige Belastung des Baugrunds. Ungleichmäßige Setzungen können zu Schädigungen im Bauwerk infolge von Schnittkraftänderungen oder zu einem Verlust der Gebrauchstauglichkeit eines Gebäudes führen. Während Differenzsetzungen, die während der Bauphase auftreten, noch durch Änderungen des Bauwerks oder der Bauweise oder durch Bodenverbesserungsmaßnahmen korrigiert werden können, sind Differenzsetzungen infolge zyklischer Belastung weitaus kritischer, da sie während des Betriebs auftreten. Gegenmaßnahmen schränken die Nutzung des Bauwerks während der Instandsetzungsmaßnahme ein und sind oft aufwändig und schwierig durchzuführen.

Für die Prognose statischer Setzungen bei einem homogenen oder geschichteten Baugrund kommen oft traditionelle, auf der Elastizitätstheorie basierende Lösungen [Meyerhof, 1965] zum Einsatz. Die Steifigkeit wird aus Ödometerversuchen unter Ansatz von Korrekturfaktoren ([Sievering, 1979], [Das and Sivakugan, 2007]) abgeschätzt. Alternativ können empirische Korrelationen mit den Ergebnissen aus Sondierungen oder Plattendruckversuchen ([Bond, 1961]) verwendet werden. Für die Prognose der Setzungen zyklisch belasteter Gründungen wurden einfache Setzungsformeln der Form  $s(N) = s(N = 1) f(N)$  (z.B. [Hettler, 1981]) entwickelt, wobei  $s(N = 1)$  die Setzung im 1. Zyklus und  $f(N)$  ein von der Zyklenanzahl abhängiger Faktor ist. Diese Setzungsformeln sind in der Regel jedoch nicht objektiv [Niemunis and Wichtmann, 2005]. Alternativ können einfache Ingenieurmodelle unter Verwendung von Ergebnissen aus zyklischen Laborversuchen zum Einsatz

---

<sup>1</sup>Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Karlsruher Institut für Technologie

<sup>2</sup>Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Católica de la Santísima Concepción

kommen ([Diyaljee and Raymond, 1982], [Mallwitz and Holzlöhner, 1996], [Sawicki et al., 1998]). Für Setzungspognosen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode wurden spezielle Akkumulationsmodelle entwickelt (Marr and Christian [1981], [Diyaljee and Raymond, 1982], [Bouckovalas et al., 1984], [Sawicki and Świdziński, 1987], [Sawicki and Świdziński, 1989], [Kaggwa et al., 1991], [Gotschol, 2002], [Niemunis et al., 2005b], [Abdelkrim et al., 2006]). Insbesondere für zyklisch belastete Gründungen sind Setzungsprognosen jedoch oft ungenau, da die Inhomogenitäten des Untergrundes [Maugeri and Verona, 1998] in der Regel nicht betrachtet werden.

Dieser Beitrag verfolgt die Idee, die Differenzsetzungen infolge zyklischer Belastung anhand der Differenzsetzungen während der Bauphase eines Bauwerks (also bei statischer Belastung) abzuschätzen. Solch eine vereinfachte Abschätzung der Differenzsetzungen wurde erstmals von [Niemunis et al., 2005a] untersucht. Für einen Baugrund mit stochastisch fluktuierender Porenzahl wurde festgestellt, dass die auf die mittlere Setzung bezogene Differenzsetzung infolge zyklischer Belastung ca. dreifach größer ist als die Differenzsetzung infolge statischer Belastung. Ein Einfluss der Korrelationslänge konnte nicht festgestellt werden. Allerdings wurde von Niemunis et al. [2005a] nur eine einzige Belastung betrachtet. Der vorliegende Beitrag untersucht, inwiefern das Verhältnis der Setzungsdifferenzen bei statischer und zyklischer Belastung von der Amplitude, vom Mittelwert und von der Zyklenanzahl abhängt.

Hierzu wurden FE-Berechnungen unter Verwendung der Hypoplastizität mit intergranularer Dehnung ([von Wolffersdorff, 1996], [Niemunis and Herle, 1997]) und des hochzyklischen Akkumulationsmodells von [Niemunis et al., 2005b] durchgeführt. Es wurden stochastisch streuende, räumlich korrelierte Felder der Porenzahl generiert. Für den Fall des ebenen Dehnungszustandes wurden die Setzungen zweier benachbarter Flachgründungen auf diesem Untergrund infolge statischer und zyklischer Belastung berechnet.

## 2 Stochastische Verteilung der Porenzahl

Die wichtigsten Eigenschaften des Bodens wie die Steifigkeit, die Festigkeit oder die Akkumulationsrate bei zyklischer Belastung hängen von der Porenzahl ab. Leider ist über die räumliche *Verteilung* der Porenzahl, insbesondere in Horizontalrichtung, wenig bekannt. Daher wurde die Verteilung der Porenzahl für die FE-Berechnungen stochastisch generiert. Daraus ergibt sich auch eine räumliche Streuung der von der Porenzahl abhängigen Bodenkenngrößen.

Eine räumliche Korrelation der Porenzahlverteilung bedeutet, dass die Differenz der Porenzahlen zwischen zwei Punkten mit kleiner werdendem Abstand abklingt. Das Feld der Porenzahl wird durch eine statistische Verteilungsfunktion generiert. Hierfür ist es notwendig, charakteristische Werte der Verteilung zu schätzen: die Varianz, den Durchschnitt und die räumliche Korrelationslänge. Im Rahmen der vorliegenden Studie wurde der Mittelwert der Porenzahl zu  $\bar{e} = 0,685$  angenommen. Die Wahrscheinlichkeitsdichte-Funktion wurde im Bereich  $0,60 \leq e \leq 0,77$  konstant zu  $1/0,17$  gewählt. Es wurde keine Gauß-Verteilung verwendet, weil extrem kleine Porenzahlen zu Problemen in den konstitutiven Modellen

führen können. In den numerischen Berechnungen wurden die Materialparameter eines Feinsandes verwendet, dessen Grenzporozitäten nach DIN 18126  $e_{\min} = 0,575$  und  $e_{\max} = 0,908$  betragen. Für diesen Sand entsprechen die Porozitäten  $e = 0,60, 0,685$  und  $0,77$  bezogenen Lagerungsdichten von  $I_D = 0,92, 0,67$  und  $0,41$  mit  $I_D = (e_{\max} - e)/(e_{\max} - e_{\min})$ . Die Porozitäten repräsentieren also eine mitteldichte bis dichte Lagerung.

Nehmen wir eine statistische Stichprobe mit  $n$  Messungen der Porozität  $e_i$  an verschiedenen Standorten  $\mathbf{x}_i$  mit  $i = 1, \dots, n$  an. Die Porozität  $e(\mathbf{x}_i)$  im Punkt  $\mathbf{x}_i$  ist mit der Porozität  $e(\mathbf{x}_j)$  im Punkt  $\mathbf{x}_j$  korreliert. Für alle  $m$  Paare  $(i, j)$   $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$  aus der Gruppe der  $n$  Messungen können wir die Differenz der Porozität  $\Delta e(d)$  abschätzen, wobei  $d = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$  den räumlichen Abstand der beiden Punkte  $\mathbf{x}_i$  und  $\mathbf{x}_j$  bezeichnet. Im Raum unterscheiden wir zwischen dem Trend  $\bar{e}(\mathbf{x})$  (durchschnittlicher Wert der linearen Regression, häufig geschätzt) und der Streuung  $\tilde{e}(\mathbf{x})$ :

$$e(\mathbf{x}) = \bar{e}(\mathbf{x}) + \tilde{e}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

Zur Vereinfachung wurde in der vorliegenden Studie weder eine Abnahme der Porozität mit der Tiefe noch ein Trend der Porozität in horizontaler Richtung angenommen, d.h. der Trend wurde konstant zu  $\bar{e} = 0,685$  vorgegeben.

Für  $n$  Messungen der Porozität  $e(\mathbf{x}_i)$  an den Punkten  $\mathbf{x}_i$  wird die Autokorrelation  $\rho(\tilde{e}(\mathbf{x}), d)$  der Streuung  $\tilde{e}(\mathbf{x})$  definiert als:

$$\rho(\tilde{e}(\mathbf{x}), d) = \frac{1}{\sigma^2 m} \sum_i^n \sum_j^n \tilde{e}(\mathbf{x}_i) \tilde{e}(\mathbf{x}_j) w(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (2)$$

mit der Varianz  $\sigma$  und

$$w(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \begin{cases} 1 & \text{für } \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| \approx d \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3)$$

und

$$m(d) = \sum_i^n \sum_j^n w(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j). \quad (4)$$

Für den Generator des Porozitätsfeldes verwenden wir die Markov-Korrelationsfunktion ([Niemunis et al., 2005a])

$$\rho(\tilde{e}, d) = \exp(-d/\theta) \quad (5)$$

mit der Korrelationslänge  $\theta$ .

Für die  $n$  Gauß-Integrationspunkte eines FE-Modells muss jeweils eine Porozität generiert werden. In globaler Nummerierung der Gauß-Integrationspunkte mit den Koordinaten  $\mathbf{x}_i$  bildet die Autokorrelationsfunktion eine  $n \times n$  Korrelationsmatrix:

$$C_{ij} = \sigma^2 \exp\left(-\frac{d_{ij}}{\theta}\right) \quad (6)$$

mit

$$d_{ij} = \| \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j \| \quad (7)$$

und mit der Varianz ([Niemunis et al., 2007])

$$\sigma = \frac{1}{2\sqrt{3}}(e_{\max} - e_{\min}). \quad (8)$$

Die Matrix  $\mathbf{C}$  wird diagonalisiert:

$$\mathbf{C} = \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Phi}^T \quad (9)$$

mit den Eigenwerten  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$  und den dazugehörigen orthonormalisierten Eigenvektoren  $\mathbf{\Phi}_1, \dots, \mathbf{\Phi}_n$  als Spalten der Matrix  $\mathbf{\Phi}$ , d.h.  $\mathbf{\Phi} = \{\mathbf{\Phi}_1, \dots, \mathbf{\Phi}_n\}$ . Das Feld  $\tilde{e}(\mathbf{x})$  wird mit

$$\tilde{e}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n r_i^{[-1,1]} \frac{1}{2} \sqrt{\lambda_i} \mathbf{\Phi}_i \quad (10)$$

erzeugt, wobei  $r_i^{[-1,1]}$  eine Zufallszahl mit einer im Bereich  $[-1, 1]$  gleichförmig verteilten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist.

Die maximalen und minimalen Porenzahlen in Gleichung (8) wurden in dieser Studie zu  $e_{\max} = 0,77$  und  $e_{\min} = 0,60$  gewählt. Die Finite Elemente Berechnungen wurden mit dem Programm ABAQUS durchgeführt. Es wurden vierknotige Elemente mit reduzierter Integration, d.h. mit einem Gauß-Integrationpunkt pro Element verwendet. Die Elementanzahl betrug 1298, womit sich eine reelle und symmetrische  $1298 \times 1298$  - Korrelationsmatrix  $\mathbf{C}$  ergibt. Nach Generierung des Netzes wurden die Knotenkoordinaten in ein externes Programm eingelesen, das die Koordinaten der Gaußpunkte berechnet und das stochastische Feld der Porenzahl generiert. Dieses Feld wird in eine Datei geschrieben, welche in der anschließenden Berechnung mit ABAQUS in der Subroutine SDVINI eingelesen wird. Ein Beispiel für ein stochastisch verteiltes Feld der Porenzahl ist im Bild 1 dargestellt.

Mit dem folgenden Mathematica-Skript [Niemunis, 2009] kann man ebenfalls eine stochastische und räumlich korrelierte Verteilung der Porenzahl generieren. Ein Beispiel eines Feldes  $e(\mathbf{x})$ , das mit diesem Zufallsgenerator erzeugt wurde, ist im Bild 2 dargestellt.

```
aa = Range[1, 20]; xx = Flatten[Outer[List, aa, aa], 1];
n = Length[xx]; eetrend = 0.685;
dd[i_, j_] := Sqrt[(xx[[i]] - xx[[j]]) . (xx[[i]] - xx[[j]])];
theta = 5; emax = 0.77; emin = 0.60; sigma = 1/(2*Sqrt[3]) (emax - emin);
CC = Array[0 &, {n, n}];
Do[ CC[[i, j]] = sigma^2*Exp[-dd[i, j]/theta], {i, 1, n}, {j, 1, n}];
```

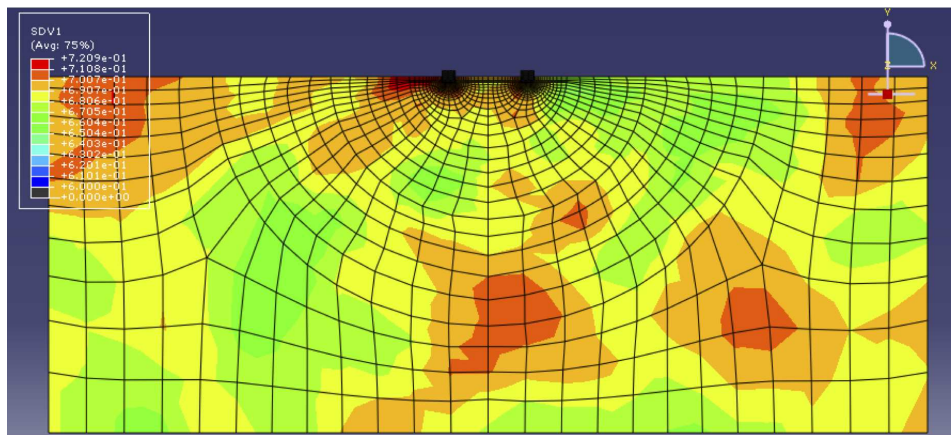


Bild 1: Stochastische Verteilung der Porenzahl.

$\nu$	$\varphi_c$	$h_s$	$n$	$\alpha$	$\beta$	$e_{i0}$	$e_{c0}$	$e_{d0}$
[-]	[°]	[MPa]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
0,2	32,8	150	0,4	0,12	1,0	1,044	0,908	0,575

Tabelle 1: Hypoplastische Parameter

```
{LL, ww} = Eigensystem[CC];
ww = Orthogonalize[ ww];
ee = eetrend + Sum[(2*Random[] - 1)/2*Sqrt[LL[[i]]]*ww[[i]], {i, 1, n}];

xyu = {Transpose[xx][[1]], Transpose[xx][[2]], ee} // Transpose;
ListContourPlot[xyu, AspectRatio -> Automatic, Contours -> 18,
ContourLabels -> Automatic]
```

### 3 Verwendete Stoffgesetze und Materialparameter

Für die Berechnung der monotonen Belastung und der ersten beiden Zyklen wurde die Hypoplastizität mit intergranularer Dehnung ([von Wolffersdorff, 1996], [Niemunis and Herle, 1997], [Niemunis, 2003]) verwendet. Für das hypoplastische Grundmodell wurde die von [Niemunis, 2003] um eine Querdehnzahl  $\nu$  modifizierte Version des Modells von [von Wolffersdorff, 1996] angesetzt. Die verwendeten Materialparameter sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. Diese Parameter wurden für einen Feinsand aus monotonen Triaxialversuchen, Ödometerversuchen, Schüttkegelversuchen und Indexversuchen ermittelt ([Wichtmann, 2005], entsprechend der von [Herle, 1997] vorgeschlagenen Vorgehensweise). Die in der Tabelle 2 zusammengestellten Parameter für die intergranulare Dehnung wurden aus zyklischen Triaxialversuchen abgeleitet.

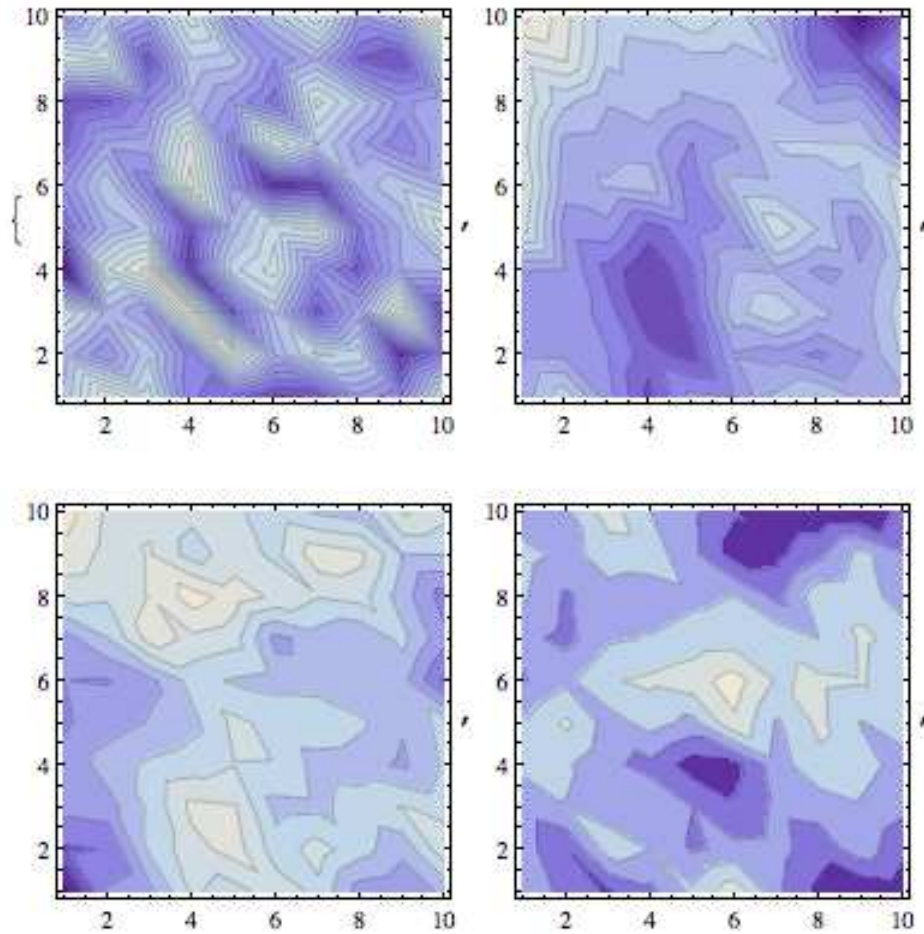


Bild 2: Vier stochastisch verteilte Felder der Porenzahl, generiert mit einem Mathematica-Skript

$R$	$m_T$	$m_R$	$\beta_R$	$\chi$
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
$10^{-4}$	2,0	6,0	0,2	6,0

Tabelle 2: Parameter der intergranularen Dehnung

Für die Prognose der Setzungen infolge der weiteren Zyklen ( $N \geq 2$ ) wurde das hochzyklische Akkumulationsmodell von [Niemunis et al., 2005b] verwendet. Eine Kurzbeschreibung findet sich in [Wichtmann et al., 2010]. Der in den FE-Berechnungen verwendete Parametersatz ist in der Tabelle 3 zusammengestellt. Er wurde aus dränierten zyklischen Triaxialversuchen mit  $N = 10^5$  Zyklen ermittelt [Wichtmann, 2005].

Die verwendeten Stoffgesetze lagen für die Berechnungen mit ABQUS in Form der Benutzerroutine UMAT vor.

$C_{\text{ampl}}$	$C_e$	$C_p$	$C_Y$	$C_{N1}$	$C_{N2}$	$C_{N3}$
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
2,0	0,51	0,43	2,0	$1,06 \cdot 10^{-3}$	0,38	$5,3 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 3: Konstanten für das hochzyklische Akkumulationsmodell

## 4 Numerische Analyse

Es wurde ein ebenes Modell mit zwei Flachgründungen erstellt (Bild 3), wobei eine Fundamentbreite von 1 m, eine Einbindetiefe von 1 m und ein Abstand der Fundamente von 5 m gewählt wurde. In horizontaler Richtung wurde der Boden bis zu einem Abstand von 30 m zu den Fundamenten und in vertikaler Richtung bis in eine Tiefe von 30 m unterhalb der Fundamentsohle modelliert. Im Bereich der Fundamente wurde das Netz so verfeinert, dass in der Fundamentsohle 10 Elemente und entlang der Einbindetiefe 4 Elemente liegen. Es wurden vierknotige Elemente mit reduzierter Integration (CPE4R) verwendet. Zwischen dem Boden und den Fundamenten wurde ein Mohr-Coulomb-Kontakt mit einem Reibungsbeiwert von  $\mu = 0,3$  angesetzt.

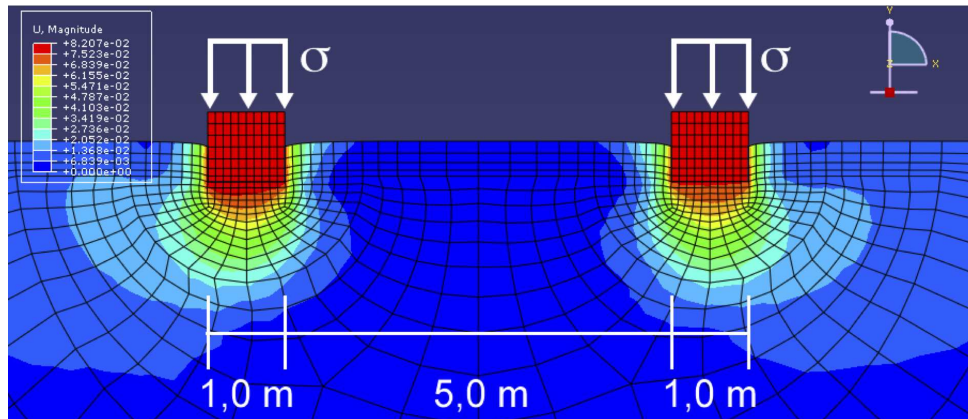


Bild 3: FE-Modell zweier vertikal belasteter Flachgründungen (Breite 1m, Einbindetiefe 1m) auf einem Boden mit stochastisch verteilter Porenzahl

Die im folgenden verwendeten Definitionen des Mittelwertes  $\sigma^{\text{av}}$  und der Amplitude  $\sigma^{\text{ampl}}$  der zyklischen Belastung sowie der Setzung infolge monotoner und zyklischer Belastung sind im Bild 4 illustriert. Die statische Setzung  $s_{\text{stat}}$  ist die Setzung infolge der Aufbringung der mittleren Last. Die zyklische Setzung  $s_{\text{cyc}}$  beinhaltet auch die Setzung infolge des ersten Zyklus. Als Setzung  $s$  der Flachgründung wurde der Mittelwert der an den beiden Eckpunkten berechneten Setzungen  $s_a$  und  $s_b$  definiert (Bild 5). Bezeichnen  $s_{l,\text{stat}}$  und  $s_{l,\text{cyc}}$  die statische und zyklische Setzung des linken Fundamentes und sind  $s_{r,\text{stat}}$  und  $s_{r,\text{cyc}}$  die entsprechenden Setzungen für das rechte Fundament, so betragen die mittleren statischen und zyklischen Setzungen  $\bar{s}_{\text{stat}}$  und  $\bar{s}_{\text{cyc}}$  sowie die statischen und zyklischen Setzungsdifferenzen  $\Delta s_{\text{stat}}$  und  $\Delta s_{\text{cyc}}$ :

$$\bar{s}_{\text{stat}} = 0,5 \cdot (s_{l,\text{stat}} + s_{r,\text{stat}}) \quad (11)$$

$$\bar{s}_{\text{cyc}} = 0,5 \cdot (s_{l,\text{cyc}} + s_{r,\text{cyc}}) \quad (12)$$

$$\Delta s_{\text{stat}} = |s_{l,\text{stat}} - s_{r,\text{stat}}| \quad (13)$$

$$\Delta s_{\text{cyc}} = |s_{l,\text{cyc}} - s_{r,\text{cyc}}| \quad (14)$$

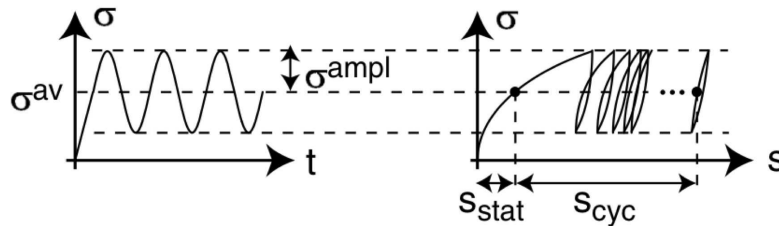
Das Verhältnis der auf die Mittelwerte bezogenen Setzungsdifferenzen wird als  $A$  definiert:

$$A = \frac{\Delta s_{\text{cyc}} / \bar{s}_{\text{cyc}}}{\Delta s_{\text{stat}} / \bar{s}_{\text{stat}}} \quad (15)$$

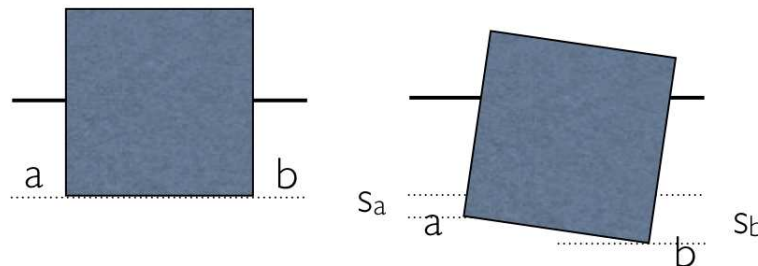
$A$  beschreibt also, wieviel fach größer die bezogene Setzungsdifferenz bei zyklischer Belastung im Vergleich zur bezogenen Setzungsdifferenz infolge monotoner Belastung ist.

Die Verkippung (Schiefstellung) der Gründung aus der statischen bzw. zyklischen Belastung beträgt  $\Delta s_{\text{stat}}/L$  bzw.  $\Delta s_{\text{cyc}}/L$ , wobei  $L$  den Abstand der Mittelachsen der beiden Fundamente darstellt. Das Verhältnis dieser beiden Anteile der Verkippung wird im folgenden mit  $B$  bezeichnet:

$$B = \frac{\Delta s_{\text{cyc}}/L}{\Delta s_{\text{stat}}/L} = \frac{\Delta s_{\text{cyc}}}{\Delta s_{\text{stat}}} \quad (16)$$



**Bild 4:** Links: Definition des Mittelwertes  $\sigma^{\text{av}}$  und der Amplitude  $\sigma^{\text{ampl}}$  der zyklischen Belastung. Rechts: Definition der Setzung infolge monotoner ( $s_{\text{stat}}$ ) und zyklischer ( $s_{\text{cyc}}$ ) Belastung



**Bild 5:** Definition der mittleren Setzung  $s = 0,5(s_a + s_b)$  des Fundamentes mit den Setzungen  $s_a$  und  $s_b$  an den Ecken

Vier Fälle wurden in den FE-Berechnungen untersucht:

- Variation der mittleren Spannung  $\sigma^{\text{av}}$ , während die Amplitude  $\sigma^{\text{ampl}}$  konstant gehalten wurde.



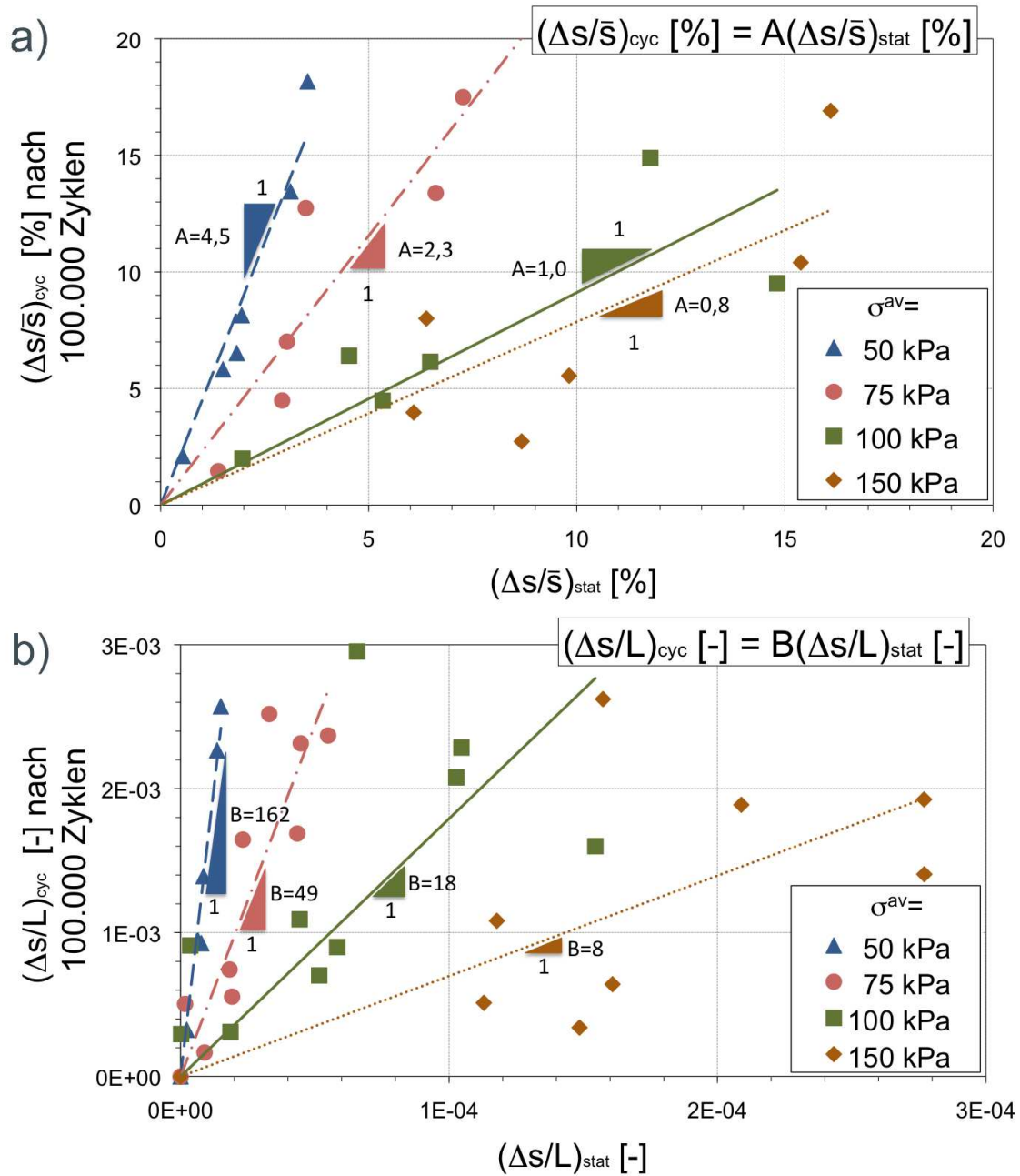
- Variation der Amplitude  $\sigma^{\text{ampl}}$  bei konstantem Mittelwert  $\sigma^{\text{av}}$ .
- Variation der Zyklenanzahl  $N$  bei gleichbleibender Belastung.
- Variation der Korrelationslänge  $\theta$  bei gleichbleibender Belastung.

Für jede untersuchte Korrelationslänge wurden 10 Porenzahlfelder generiert und berechnet. Für die Untersuchungen zum Einfluss von  $\sigma^{\text{av}}$ ,  $\sigma^{\text{ampl}}$  und  $N$  wurde die gleiche Korrelationslänge  $\theta = 5$  m verwendet, so dass diese Parameterstudien an denselben 10 Porenzahlfeldern durchgeführt wurden. In einigen Fällen kam es zum Abbruch der Berechnung aufgrund von numerischen Instabilitäten. Die im folgenden präsentierten Diagramme zeigen nur die Datenpunkte für die erfolgreichen Berechnungen.

Das Bild 6 verdeutlicht den Einfluss der mittleren Spannung  $\sigma^{\text{av}}$ , die im Bereich 50 kPa  $\leq \sigma^{\text{av}} \leq 150$  kPa variiert wurde. Die Amplitude  $\sigma^{\text{ampl}} = 50$  kPa und die berechnete Zyklenanzahl  $N = 10^5$  war in allen Berechnungen identisch. Das Bild 6a zeigt zunächst eine Darstellung, wie sie auch von [Niemunis et al., 2005a] verwendet wurde. Auf der  $x$ - bzw.  $y$ -Achse sind die auf den Mittelwert bezogene statische bzw. zyklische Differenzsetzung nach  $10^5$  Zyklen aufgetragen. Jeder Datenpunkt gehört zu einem bestimmten, stochastisch generierten Feld der Porenzahl. Eine Anpassung einer linearen Funktion durch den Ursprung an diese Punktwolken lieferte den Faktor  $A$  entsprechend Gleichung (15). Die Analyse der Ergebnisse zeigt, dass eine deutliche Abhängigkeit des Faktors  $A$  von  $\sigma^{\text{av}}$  besteht. Bei einer Abnahme der mittleren Spannung  $\sigma^{\text{av}}$  nimmt der Faktor  $A$  zu. Bei  $\sigma^{\text{av}} = 50$  kPa ist die bezogene zyklische Setzungsdifferenz 4,5 mal größer als die bezogene statische Setzungsdifferenz, während der Faktor  $A$  bei größeren Mittelwerten  $\sigma^{\text{av}} \geq 100$  kPa Werte zwischen 0,8 und 1 annimmt.

Für die praktische Anwendung ist die Darstellung im Bild 6b nützlicher, wo die Verkippung  $(\Delta s/L)_{\text{cyc}}$  infolge der zyklischen Belastung als Funktion der Verkippung  $(\Delta s/L)_{\text{stat}}$  infolge der statischen Belastung dargestellt ist. Kennt man die während der Bauphase aufgetretene Verkippung  $(\Delta s/L)_{\text{stat}}$ , so lässt sich die aus der zyklischen Belastung zu erwartende weitere Schiefstellung  $(\Delta s/L)_{\text{cyc}}$  anhand eines solchen Diagramms ablesen, in Abhängigkeit z.B. des Mittelwertes, der Amplitude und der Anzahl der Zyklen. Die Anpassung einer linearen Funktion an die Datenpunkte in Bild 6b lieferte den Faktor  $B$  entsprechend Gleichung (16). Im Bild 6b ist die gleiche Tendenz wie im Bild 6a zu erkennen, d.h. das Verhältnis aus zyklischer und statischer Verkippung steigt mit abnehmender mittlerer Spannung deutlich an. Bei einer Belastung mit  $\sigma^{\text{av}} = 50$  kPa und  $\sigma^{\text{ampl}} = 50$  kPa ist die Verkippung infolge von  $10^5$  Zyklen sogar 162-fach größer als die Verkippung infolge der monotonen Belastung.

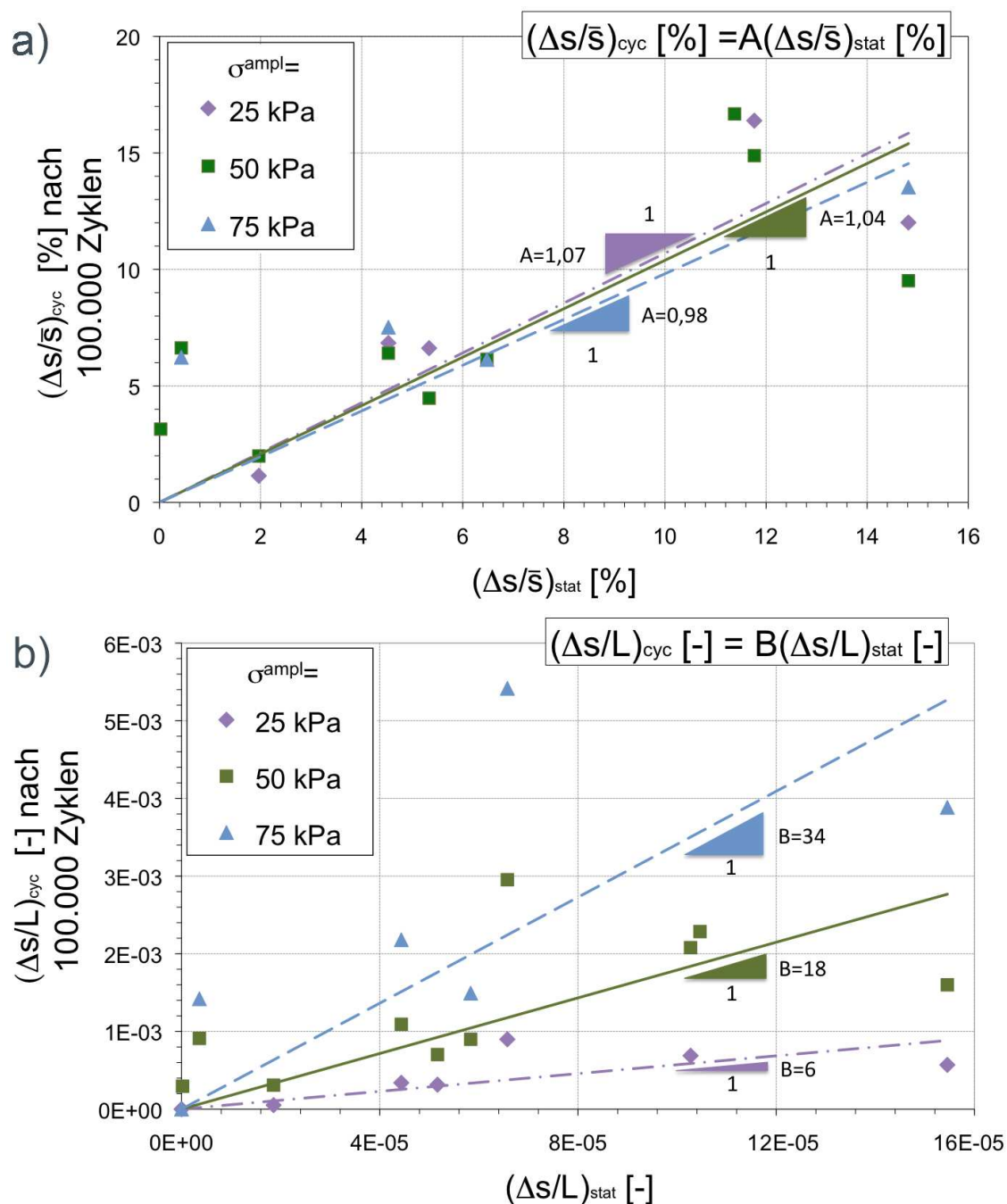
Der Einfluss der Amplitude  $\sigma^{\text{ampl}}$  wurde für eine mittlere Spannung  $\sigma^{\text{av}} = 100$  kPa untersucht. Die Amplitude wurde zwischen 25 und 75 kPa variiert. Es wurden  $10^5$  Zyklen berechnet. Den Rechenergebnissen in Bild 7a ist zu entnehmen, dass der Einfluss der Amplitude auf den Faktor  $A$  sehr gering ist. Aus Bild 7b wird deutlich, dass das Verhältnis der zyklischen zur statischen Verkippung mit zunehmender Amplitude überproportional ansteigt.



**Bild 6: Variation des Mittelwertes  $\sigma^{av}$  bei konstanter Amplitude  $\sigma^{ampl} = 50$  kPa.**

Die Bilder 8a und 8b bestätigen die Ergebnisse von [Niemunis et al., 2005a], wonach die für die Generation des Porenzahlfeldes gewählte Korrelationslänge einen untergeordneten Einfluss besitzt. In diesem Fall wurden Rechnungen mit den drei Korrelationslängen  $\theta = 1$  m, 5 m und 10 m durchgeführt. In allen Berechnungen wurde die gleiche Belastung ( $\sigma^{av} = 75$  kPa,  $\sigma^{ampl} = 50$  kPa) und die gleiche maximale Zyklenanzahl  $N = 10^5$  verwendet. Die unterschiedlichen Korrelationslängen führen zu sehr ähnlichen Verhältniswerten  $A$  und  $B$ .

Das Bild 9 zeigt Berechnungen mit unterschiedlichen Zyklenanzahlen. Die Belastung wurde konstant zu  $\sigma^{av} = 100$  kPa und  $\sigma^{ampl} = 50$  kPa gewählt. Da sowohl die mittlere



**Bild 7:** Variation der Amplitude  $\sigma^{ampl}$  bei konstanter mittlerer Belastung  $\sigma^{av} = 100$  kPa.

Setzung  $\bar{s}_{cyc}$  als auch die Setzungsdifferenz  $\Delta s_{cyc}$  mit der Zyklenanzahl zunehmen, hängt das Verhältnis  $(\Delta s/\bar{s})_{cyc}$  kaum von  $N$  ab (Bild 9a). Die statische bezogene Setzungsdifferenz  $(\Delta s/\bar{s})_{stat}$  ist ohnehin unabhängig von der berechneten Zyklenanzahl. Infolge des Anwachsens von  $\Delta s_{cyc}$  mit  $N$  steigt auch das Verhältnis der zyklischen und der statischen Setzungsdifferenz mit zunehmender Zyklenanzahl (Bild 9b).

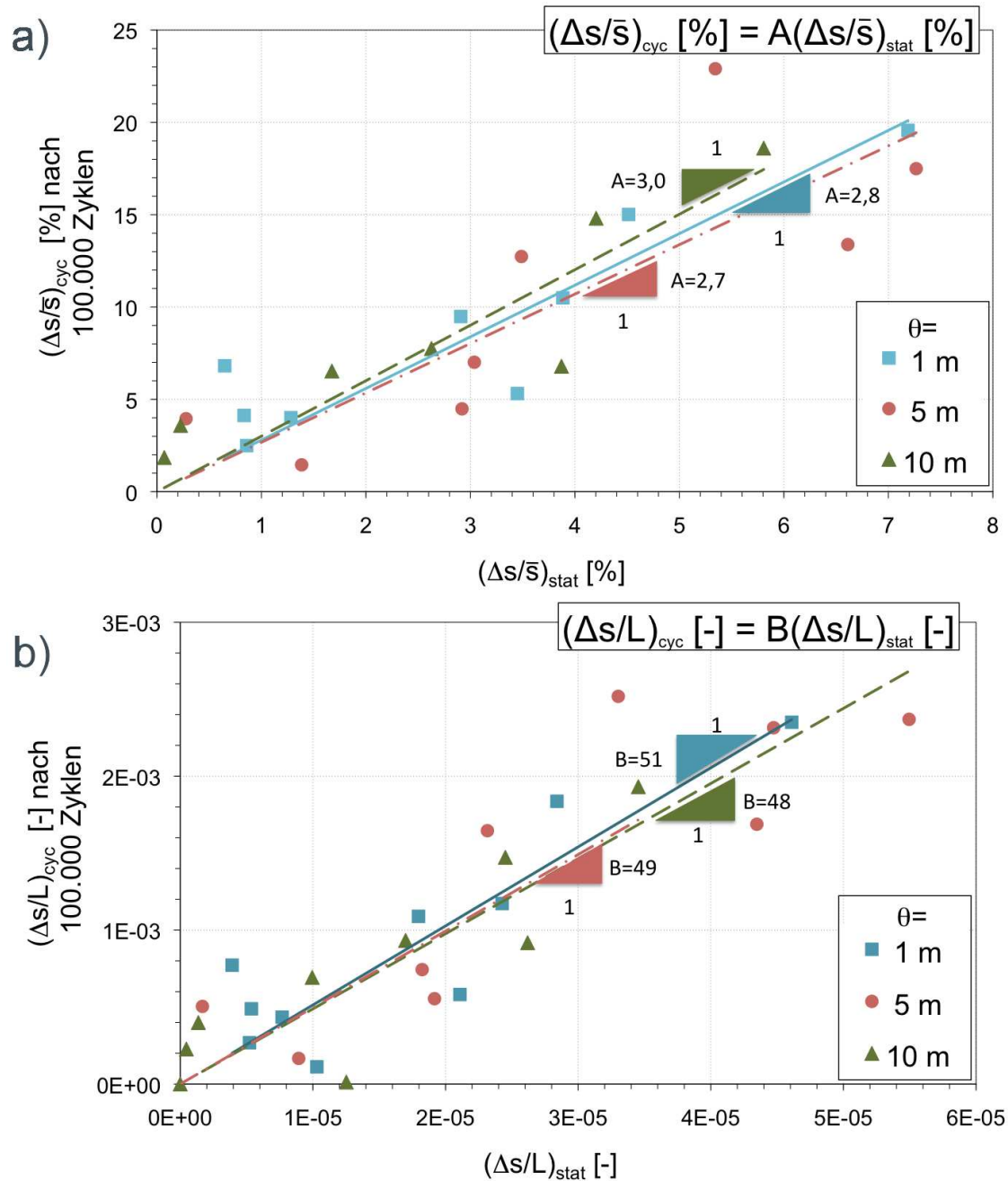


Bild 8: Variation der Korrelationslänge bei konstanter Belastung mit  $\sigma^{av} = 75$  kPa und  $\sigma^{ampl} = 50$  kPa.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Die Differenzsetzungen zweier benachbarter Fundamente auf einem Baugrund mit stochastisch verteilter, räumlich korrelierter Porenzahl wurde mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode untersucht. Die Differenzsetzungen infolge einer statischen Belastung (infolge Eigengewicht der Konstruktion) wurden mittels Hypoplastizität mit intergranularer Dehnung

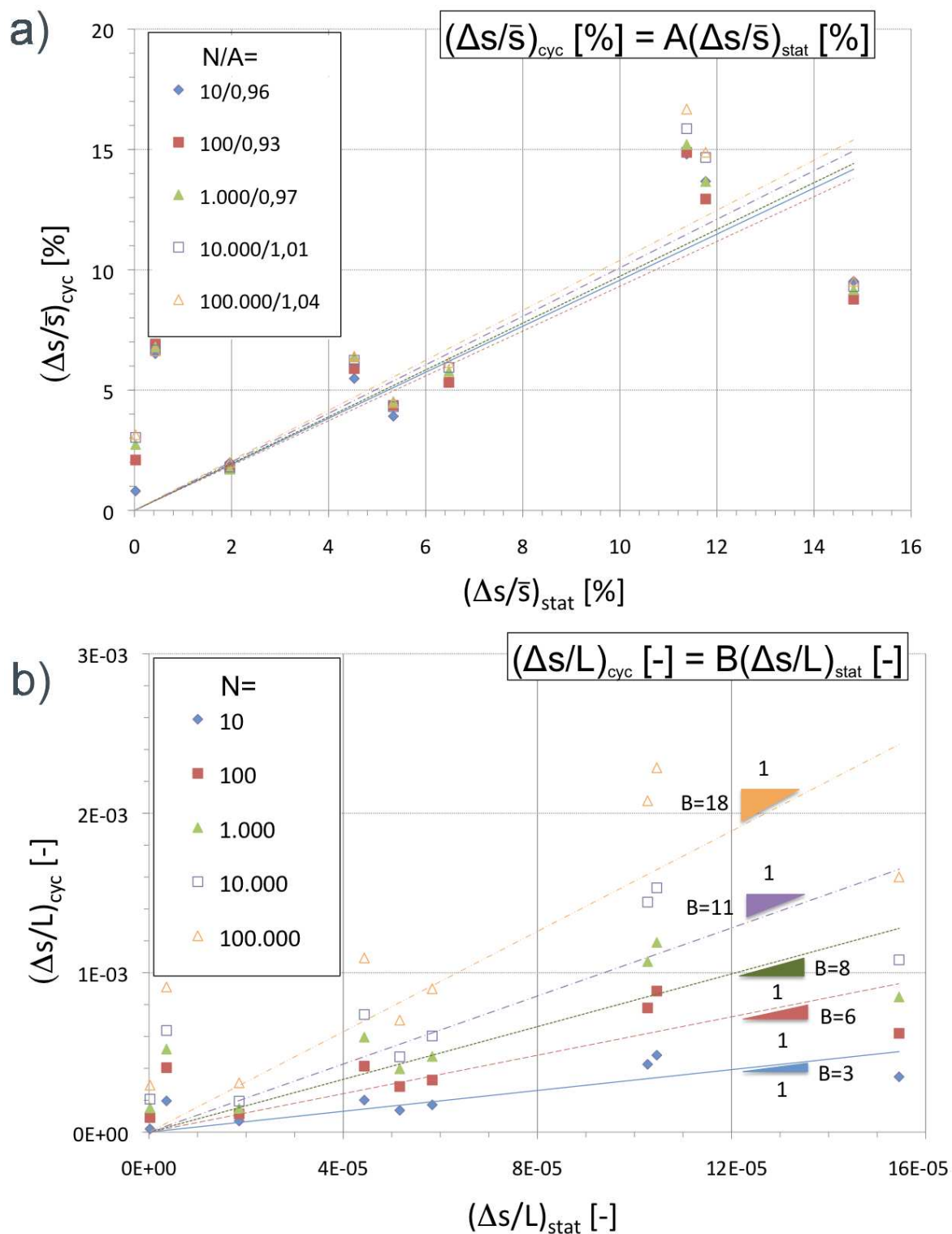


Bild 9: Variation der Zyklenanzahl bei konstanter Belastung mit  $\sigma^{av} = 100$  kPa und  $\sigma^{ampl} = 50$  kPa.

berechnet, die Differenzsetzungen infolge einer darauf folgenden zyklischen Belastung wurden mit Hilfe des Akkumulationsmodells von [Niemunis et al., 2005b] ermittelt.

Auf Basis der Berechnungen wurden Diagramme entwickelt, aus denen die Differenzsetzung (bzw. Verkippung der Gründung) infolge der zyklischen Belastung in Abhängigkeit der statischen Differenzsetzung abgelesen werden kann. Solche Diagramme können baupraktisch nützlich sein, da die aus dem Betrieb (zyklische Belastung) zu erwartende Differenzsetzung anhand der während der Bauphase aufgetretenen Differenzsetzung abgeschätzt werden kann. Deutet sich aus dieser Abschätzung eine Gefährdung der Gebrauchstauglichkeit der Gründung an, könnten noch rechtzeitig Gegenmaßnahmen getroffen werden, die während des späteren Betriebs teurer und umständlicher wären.

Die numerischen Studien zeigen, dass die Verkippung der Gründung infolge einer zyklischen Belastung wesentlich größer sein kann als infolge der monotonen Belastung (bis zu Faktor 160 bei den hier untersuchten Porenzahlfeldern und Belastungen). Das Verhältnis aus zyklischer und statischer Differenzsetzung hängt vom Mittelwert und von der Amplitude der zyklischen Belastung sowie von der aufgebrachten Zyklusanzahl ab. Die für die Generierung des Porenzahlfeldes angesetzte Korrelationslänge hat dahingegen kaum einen Einfluss auf dieses Verhältnis.

In Zukunft wird noch untersucht werden, inwieweit die Breite der angesetzten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, d.h. die Minimal- und Maximalwerte der Porenzahl in Gleichung (8), das Verhältnis aus zyklischer und statischer Differenzsetzung beeinflussen. Ein möglicher Einfluss der Sandart wird ebenfalls geprüft werden. Dazu werden Berechnungen mit Parametersätzen für unterschiedliche Korngrößenverteilungskurven (siehe Wichtmann et al. [2009]) durchgeführt.

Nach den Einzelfundamenten wird eine großflächige Flachgründung untersucht, wie sie bei Offshore-Windenergieanlagen zum Einsatz kommen soll. Das Ziel dieser Berechnungen ist es, Diagramme für die Abschätzung der Langzeitverformungen der Windenergieanlagen infolge der zyklischen Belastung aus Wind und Wellen zu entwickeln. Die Langzeitverformungen könnten anhand der Schiefstellung abgeschätzt werden, die bei der Absetzung der Gründungen auf dem Meeresgrund bzw. bei ihrer Ballastierung (statische Belastung) festgestellt werden. Eine Verifikation der in diesem Beitrag vorgeschlagenen Methode anhand von Daten aus Modellversuchen oder in-situ-Messungen ist notwendig.

## 6 Danksagungen

Ein besonderer Dank gilt dem DAAD (Deutscher Akademischer Austausch Dienst) für die finanzielle Unterstützung des ersten Autors während seines Forschungsaufenthaltes in Deutschland.

## Literatur

- M. Abdelkrim, P. De Buhan, and G. Bonnet. A general method for calculating the traffic load-induced residual settlement of a platform, based on a structural analysis approach. *Soils and Foundations*, 46(4):401–414, 2006.
- D. Bond. The influence of foundation size on settlement. *Geotechnik*, 11(02):121–143, 1961.
- G. Bouckovalas, R.V. Whitman, and W.A. Marr. Permanent displacement of sand with cyclic loading. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 110(11):1606–1623, 1984.
- B.M. Das and N. Sivakugan. Settlements of shallow foundation on granular soil - an overview. *International Journal of Geotechnical Engineering*, pages 19–29, 2007.
- V.A. Dyaljee and G.P. Raymond. Repetitive load deformation of cohesionless soil. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 108(GT10):1215–1229, 1982.
- A. Gotschol. Veränderlich elastisches und plastisches Verhalten nichtbindiger Böden und Schotter unter zyklisch-dynamischer Beanspruchung. Dissertation, Universität Gh Kassel, 2002.
- I. Herle. Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngerüste. Promotion, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Heft Nr. 142, 1997.
- A. Hettler. Verschiebungen starrer und elastischer Gründungskörper in Sand bei monotoner und zyklischer Belastung. Institut für Boden- und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft Nr. 90, 1981.
- W.S. Kaggwa, J.R. Booker, and J.P. Carter. Residual strains in calcareous sand due to irregular cyclic loading. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 117(2):201–218, 1991.
- K. Mallwitz and U. Holzlöhner. Verfahren zur Ermittlung der Setzung von Fundamenten infolge zyklischer Beanspruchung. *Bautechnik*, 73:175–186, 1996.
- W.A. Marr and J.T. Christian. Permanent displacements due to cyclic wave loading. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 107(GT8):1129–1149, 1981.
- Castelli-F. Massimino M.R. Maugeri, M. and G. Verona. Observed and computed settlements of two shallow foundations on sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 124(7):595–605, 1998.
- G.G. Meyerhof. Shallow foundations. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 91(SM2):21–31, 1965.
- A. Niemunis. Bodenmechanik III - Studienmaterial. 2009. URL <https://www.rz.uni-karlsruhe.de/gn99/zu/BM3-index.html>.
- A. Niemunis. Extended hypoplastic models for soils. Habilitation, Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 34, 2003. available from [www.pg.gda.pl/~aniem/an-liter.html](http://www.pg.gda.pl/~aniem/an-liter.html).

- A. Niemunis and I. Herle. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 2:279–299, 1997.
- A. Niemunis and T. Wichtmann. Zuschrift zum Beitrag ”Zyklisch visko-elastisch-viskoplastischer Stoffansatz nichtbindiger Böden und Schotter von A. Gotschol und H.-G. Kempfert. *Bautechnik*, 82(1):57–59, 2005.
- A. Niemunis, T. Wichtmann, Y. Petryna, and Th. Triantafyllidis. Stochastic modelling of settlements due to cyclic loading for soil-structure interaction. In G. et al. Augusti, editor, *Proc. of 9th International Conference on Structural Safety and Reliability, ICOSSAR 2005, Rom*, page 263, 2005a.
- A. Niemunis, T. Wichtmann, and T. Triantafyllidis. A high-cycle accumulation model for sand. *Computers and Geotechnics*, 32(4):245–263, 2005b.
- A. Niemunis, T. Wichtmann, and Th. Triantafyllidis. Spatial stress fluctuations: acoustic evidence and numerical simulations. In Pande and Pietruszczak, editors, *Numerical Models in Geomechanics - Numog X*, volume ISBN 978-0-415-44027-1, pages 159–166, 2007.
- A. Sawicki and W. Świdziński. Compaction curve as one of basic characteristics of granular soils. In E. Flavigny and D. Cordary, editors, *4th Colloque Franco-Polonais de Mechanique des Sols Appliquee*, volume 1, pages 103–115, 1987. Grenoble.
- A. Sawicki and W. Świdziński. Mechanics of a sandy subsoil subjected to cyclic loadings. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 13:511–529, 1989.
- A. Sawicki, W. Świdziński, and B. Zadroga. Settlement of shallow foundations due to cyclic vertical force. *Soils and Foundations*, 38(1):35–43, 1998.
- W. Sievering. Die Zuverlässigkeit von Setzungsberechnungen. Ph.d. thesis, RWTH Aachen, 1979.
- P.-A. von Wolffersdorff. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 1:251–271, 1996.
- T. Wichtmann. Explicit accumulation model for non-cohesive soils under cyclic loading. PhD thesis, Publications of the Institute of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Ruhr-University Bochum, Issue No. 38, available from [www.rz.uni-karlsruhe.de/~gn97/](http://www.rz.uni-karlsruhe.de/~gn97/), 2005.
- T. Wichtmann, A. Niemunis, and T. Triantafyllidis. Validation and calibration of a high-cycle accumulation model based on cyclic triaxial tests on eight sands. *Soils and Foundations*, 49(5):711–728, 2009.
- T. Wichtmann, A. Niemunis, and Th. Triantafyllidis. Recent improvements of a high-cycle accumulation model for sand. In *Workshop ”Gründung von Offshore-Windenergieanlagen”*, Karlsruhe, 2010.