

Torsten Wichtmann
 Andrzej Niemunis
 Theodor Triantafyllidis

Setzungsakkumulation in nichtbindigen Böden unter hochzyklischer Belastung

Die numerische Prognose der Verformungs- und/oder Spannungsakkumulation in Böden unter hochzyklischer Belastung (z.B. Hochgeschwindigkeitsstrecken des Eisenbahnverkehrs, Offshore-Windkraftanlagen) hat in den letzten Jahren an Bedeutung gewonnen. Dieser Beitrag stellt ein spezielles Stoffmodell für die Berechnung der Akkumulation in nichtbindigen Böden unter einer großen Anzahl von Lastzyklen vor. Das Stoffmodell basiert auf einer Vielzahl zyklischer Laborversuche, deren wesentliche Ergebnisse präsentiert werden.

Accumulation of settlement in granular materials under high-cyclic loading. The numerical prognosis of the accumulation of settlements and/or stress in soils under a high-cyclic loading (e.g. high speed railway tracks, offshore wind power plants) has gained in importance during the last years. This article presents a special constitutive model for the calculation of the accumulation in non-cohesive soil under a high number of load cycles. The model is based on numerous cyclic laboratory tests whose results are shown in this paper.

1 Einführung

Zahlreiche Ingenieurbauwerke (z.B. Bauwerke des Verkehrswegebau, insbesondere Hochgeschwindigkeitsstrecken des Eisenbahnverkehrs, Tanks, Schleusen, Windkraftanlagen) leiten zyklische Lasten in den Baugrund ein. Diese führen zu elastischen und plastischen (bleibenden) Verformungen im Boden. Im Fall einer behinderten Dränage kommt es anstelle der Verdichtung zum Aufbau von Porenwasserüberdruck. Sowohl die bleibenden Verformungen (insbesondere Setzungsdifferenzen) als auch die Porenwasserüberdrücke können die Gebrauchstauglichkeit eines Bauwerkes gefährden. Ein übermäßiger Aufbau des Porenwasserdruckes kann sogar zum Verlust der Tragfähigkeit führen.

Bei der numerischen Prognose der Akkumulation von Verformungen oder Porenwasserüberdrücken stellt die hochzyklische Belastung (= hohe Anzahl der Lastspiele, z.B. mehrere Millionen Zyklen, mit relativ kleiner Amplitude) ein Problem dar. Für Zyklenanzahlen $N > 50$ ist die Verwendung der klassischen, sog. *impliziten* Vorgehensweise nicht mehr sinnvoll. Wird jeder Zyklus mit einem $\sigma - \varepsilon$ -Stoffmodell (z.B. mit Mehrflächenplasti-

zität oder mit Hypoplastizität [1, 2, 3] mit intergranularen Dehnungen [4, 5]) mit vielen Dehnungsincrementen berechnet, resultiert die Akkumulation aus den nicht geschlossenen Spannungs- oder Dehnungsschleifen. Es kommt jedoch zugleich zu einer Akkumulation von systematischen Fehlern des Stoffmodells und der Integrationsroutine [6], welche bei einer größeren Zyklenanzahl die Größenordnung der physikalischen Akkumulation erreichen kann. Außerdem sind der Zyklenanzahl aufgrund des immensen Rechenaufwandes Grenzen gesetzt (siehe Simulation der Schleuse Uelzen I durch von Wolffersdorff und Schwab [7]).

Für hochzyklische Vorgänge sind sog. *explizite* Materialmodelle generell besser geeignet. Diese behandeln den Prozess der Akkumulation unter zyklischer Belastung analog zu einem Kriechvorgang. An die Stelle der Zeit t tritt dabei die Anzahl der Zyklen N . Bei Verwendung der expliziten Methode werden in der Finite-Elemente-Simulation zunächst zwei Zyklen implizit (mit Dehnungsincrementen) berechnet. Hierzu kann z.B. ein elastoplastisches Mehrflächenmodell oder das hypoplastische Stoffmodell mit intergranularen Dehnungen verwendet werden. Während des zweiten Zyklus, der hinsichtlich der folgenden Zyklen repräsentativer als der erste (sog. *irreguläre*) Zyklus ist, wird der Dehnungspfad $\varepsilon(t)$ in jedem Gaußpunkt aufgezeichnet (Bild 1). Aus diesem Dehnungspfad wird im Anschluss daran die Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ berechnet, welche ein elementarer Einflussparameter expliziter Modelle ist. Die Akkumulation infolge eines Paketes mit z.B. $\Delta N = 20$ Zyklen wird dann direkt mit Hilfe expliziter Gleichungen berechnet, ohne den Dehnungspfad während der einzelnen Zyklen zu verfolgen. Die Dehnungsamplitude wird im Paket als konstant angesehen. Um die nach einer Verdichtung oder Spannungsumlagerung möglicherweise veränderte Dehnungsamplitude zu aktualisieren, können sog. *Kontrollzyklen* in die Berechnung eingeschaltet werden (*semi-explizite* Vorgehensweise). Die in der Literatur zu findenden expliziten Modelle sind entweder zu stark vereinfacht (z.B. wird die Akkumulation deviatorischer Dehnungen ignoriert oder der Einfluss der Spannung, der Porenzahl oder der zyklischen Vorgeschichte wird nicht berücksichtigt) oder die Modelle wurden nur für spezielle (z.B. isotrope) Spannungszustände entwickelt (eine kritische Auseinandersetzung mit verschiedenen expliziten Stoffansätzen findet man in [8]). Es er-

gab sich demnach die Notwendigkeit der Entwicklung eines neuen Stoffmodells, welches in diesem Beitrag vorgestellt wird.

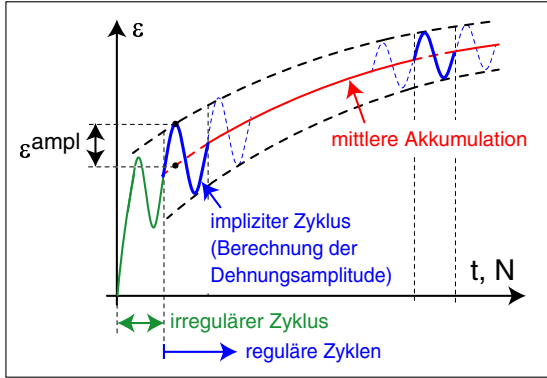


Bild 1. Vorgehensweise in expliziten Stoffmodellen
Fig 1. Procedure using explicit material models

Rein formell ist die Struktur des Modells viskoplastisch mit einer semi-empirischen "Kriechrate" (pro Zyklus) $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}} = \partial \varepsilon^{\text{acc}} / \partial N$. Die Anzahl N der Zyklen wird als Zeitvariable betrachtet. Das Verhalten nichtbindiger Böden unter zyklischer Belastung wird von vielen Faktoren beeinflusst und ist komplex. In Abschnitt 5.1 wird gezeigt, dass die *Kriechrichtung* \mathbf{m} als eine relativ einfache Funktion allein der Spannung dargestellt werden kann. Die *Intensität* der Akkumulation hängt dagegen nicht nur von den klassischen Zustandsgrößen der Bodenmechanik, der Porenzahl e und dem Spannungszustand σ ab. Die Form des Dehnungspfades (Spannweite, umschlossener Raum, Polarisation) wirkt sich ebenfalls auf die Geschwindigkeit der Akkumulation aus. Auch die Struktur des Bodens, welche sich anfänglich aus der Geschichte seiner Ablagerung (inhärente Anisotropie) ergibt und durch eine zyklische Vorbelastung (z.B. seismische Aktivität, Sedimentations- und Erosionsvorgänge, oszillierender Grundwasserspiegel) verändert werden kann (induzierte Anisotropie), beeinflusst wesentlich die Akkumulation.

Die folgenden Abschnitte stellen die Versuchsgерäte, die Versuchsergebnisse, das Stoffmodell und eine FE-Beispielrechnung dar.

2 Notation

Die Darstellung der verwendeten Notation beschränkt sich in diesem Aufsatz auf den triaxialen Fall. Eine vollständige tensorielle Notation findet sich z.B. in [9]. Die Bilder 2a und 2b zeigen den axialsymmetrischen Spannungs- bzw. Dehnungszustand in einem zyklischen Triaxialversuch, wobei die σ_i effektive Hauptspannungen und die ε_i Hauptdehnungen darstellen (in der Bodenmechanik sind Druck bzw. Kompression positiv). Die Axialrichtung der Probe wird mit \sqcup_1 , die seitlichen werden mit \sqcup_2 und \sqcup_3 gekennzeichnet. Es werden die

Roscoe-Invarianten

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) \quad (1)$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (2)$$

und die arbeitskonjugierten Dehnungsinvarianten

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3 \quad (3)$$

$$\varepsilon_q = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (4)$$

(ε_v : volumetrische Dehnung, ε_q : deviatorische Dehnung) verwendet.

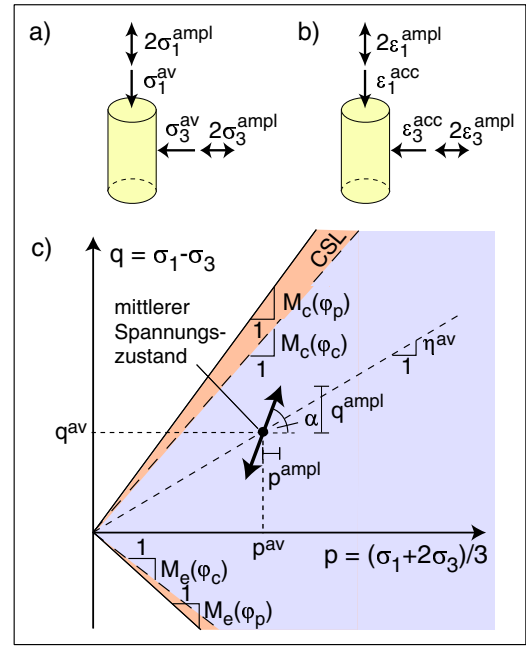


Bild 2. Spannungs- und Dehnungszustand im zyklischen Triaxialversuch

Fig 2. State of stress and strain in a cyclic triaxial test

Im zyklischen Triaxialversuch wird einem mittleren Spannungszustand ($\sigma_1^{\text{av}}, \sigma_3^{\text{av}}$) ein zyklischer Lastanteil ($\sigma_1^{\text{ampl}}, \sigma_3^{\text{ampl}}$) überlagert. Im Bild 2c ist ein typischer zyklischer Spannungspfad in der p - q -Ebene dargestellt. Der mittlere Spannungszustand wird durch p^{av} und q^{av} ("av" steht für engl. average) beschrieben. Die Anisotropie des mittleren Spannungszustandes kann auch durch die Schiefe

$$\eta = q/p \quad (5)$$

oder alternativ durch $\bar{Y} \approx \eta / M_{c/e}(\varphi_c)$ mit

$$\bar{Y} = \frac{Y - 9}{Y_c - 9}, \quad Y = -\frac{I_1 I_2}{I_3}, \quad Y_c = \frac{9 - \sin^2 \varphi_c}{1 - \sin^2 \varphi_c} \quad (6)$$

ausgedrückt werden. In Gleichung (6) sind die I_i die Basis-Invarianten der Spannung σ . Die Funktion Y geht auf das Kriterium von *Matsuoka und Nakai* [10] zurück. φ_c ist der kritische Reibungswinkel. Die Neigungen der

Grenzgeraden nach Coulomb können in der p - q - Ebene aus

$$M_c = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad \text{und} \quad M_e = -\frac{6 \sin \varphi}{3 + \sin \varphi} \quad (7)$$

berechnet werden mit $\varphi = \varphi_c$ für die kritische Grenzlinie (engl.: critical state line, CSL) und $\varphi = \varphi_p$ für die Peak-Werte. Die Reibungswinkel φ_c und φ_p wurden aus statischen Versuchen ermittelt (Schüttkegelversuche bzw. monotone dränierte Triaxialversuche).

Werden die zyklischen Anteile der axialen (σ_1^{ampl}) und der seitlichen Spannung (σ_3^{ampl}) ohne Phasenversatz aufgebracht, ergeben sich einaxiale Spannungspfade (Bild 2c) mit einer bestimmten Neigung α in der p - q - Ebene. Für den Spezialfall konstanter seitlicher Spannungen ($\sigma_3^{\text{ampl}} = 0$) gilt $\tan \alpha = q^{\text{ampl}}/p^{\text{ampl}} = 3$. Für diesen Fall wird

$$\zeta = \sigma_1^{\text{ampl}}/p^{\text{av}} = q^{\text{ampl}}/p^{\text{av}} \quad (8)$$

verwendet. Bei unabhängig gesteuerten Verläufen $\sigma_1(t)$ und $\sigma_3(t)$ können auch komplexere Spannungspfade (z.B. Schleifen in der p - q - Ebene) getestet werden.

Die Dehnung ε unter zyklischer Belastung setzt sich aus einem akkumulierten, bleibenden Anteil (ε^{acc}) und einem elastischen Anteil ($\varepsilon^{\text{ampl}}$) zusammen (siehe auch Bild 2b). Zur Beschreibung der Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}} = \partial \varepsilon^{\text{acc}} / \partial N$ wird die Intensität

$$\dot{\varepsilon}^{\text{acc}} = \sqrt{(\dot{\varepsilon}_1^{\text{acc}})^2 + 2(\dot{\varepsilon}_3^{\text{acc}})^2} \quad (9)$$

und das Verhältnis

$$\omega = \dot{\varepsilon}_v^{\text{acc}} / \dot{\varepsilon}_q^{\text{acc}} \quad (10)$$

(Akkumulationsrichtung) benötigt. Die Dehnungsamplitude wird im Fall einer einaxialen zyklischen Belastung durch die volumetrische ($\varepsilon_v^{\text{ampl}}$) und die deviatorische Komponente ($\varepsilon_q^{\text{ampl}}$) charakterisiert. Für den deviatorischen Anteil findet oft auch die Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} Verwendung:

$$\gamma^{\text{ampl}} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^{\text{ampl}} \quad (11)$$

Für mehraxiale Dehnungspfade, die einen Dehnungsraum umschließen (z.B. infolge elliptischer Spannungspfade in der p - q - Ebene), ist eine Beschreibung via $\varepsilon_v^{\text{ampl}}$ und $\varepsilon_q^{\text{ampl}}$ nicht mehr ausreichend. Eine komplexere Definition einer multiaxialen Amplitude wird im Abschnitt 3 angesprochen und in [5] und [8] ausführlich vorgestellt.

Die Probedichte wird über die bekannte relative Lagerungsdichte I_D beschrieben:

$$I_D = (e_{\text{max}} - e) / (e_{\text{max}} - e_{\text{min}}) \quad (12)$$

wobei im Folgenden mit I_{D0} die Dichte zu Beginn der regulären Zyklen gemeint ist.

3 Materialmodell

Die allgemeine Spannungs - Dehnungs - Beziehung lautet:

$$\dot{\sigma} = E (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^{\text{acc}}) \quad (13)$$

Darin ist $\dot{\sigma}$ die Spannungsrate, $\dot{\varepsilon}$ die Dehnungsrate, $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}$ die Rate der akkumulierten Dehnung und E eine elastische Steifigkeit, die für die jeweilige mittlere Spannung σ^{av} berechnet wird. Die Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}$ wird durch die explizite Gleichung (14) vorgegeben. Je nach betrachtetem Randwertproblem resultiert die Gleichgewichtsiteration in Verformungen oder Relaxation.

Die Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}$ wird in die Intensität $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}$ und die Akkumulationsrichtung (zyklische Fließregel) \mathbf{m} zerlegt:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}^{\text{acc}} &= \dot{\varepsilon}^{\text{acc}} \mathbf{m} = (\dot{\varepsilon}^{\text{acc} A} + \dot{\varepsilon}^{\text{acc} B}) \mathbf{m} \\ &= f_p f_Y f_e f_\pi \left(\underbrace{f_{\text{ampl}} \dot{f}_N^A}_{\dot{g}^A} + \underbrace{f_{\text{ampl}} \dot{f}_N^B}_{\dot{g}^B} \right) \mathbf{m} \end{aligned} \quad (14)$$

Die Intensität $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}$ setzt sich wiederum aus zwei Anteilen zusammen, einer strukturellen Akkumulation $\dot{\varepsilon}^{\text{acc} A}$ und einer Grundakkumulation $\dot{\varepsilon}^{\text{acc} B}$. Während erstere die Akkumulation zu Beginn der zyklischen Belastung bestimmt, wird letztere bei größeren Zyklenanzahlen dominant. Die sieben Teilfunktionen in (14) berücksichtigen die folgenden Einflüsse:

f_{ampl} :	Amplitude, Form und Polarisation der Dehnungsschleife, zusammengefasst im Skalar $\varepsilon^{\text{ampl}}$
f_p :	mittlerer Druck p^{av}
f_Y :	mittleres Spannungsverhältnis \bar{Y}^{av}
f_e :	mittlere Porenzahl e
\dot{f}_N^A :	zyklische Vorbelastungsgeschichte, strukturelle Akkumulation
\dot{f}_N^B :	Grundrate der Akkumulation
f_π :	Polarisation der Dehnungsschleife während der zurückliegenden Zyklen

Einen Überblick über die im Abschnitt 5 diskutierten Funktionen enthält Tabelle 1. Dort sind ebenfalls die Materialparameter für den untersuchten Sand (siehe Abschnitt 4) zu finden.

Die Zyklenanzahl N allein ist keine geeignete Zustandsvariable, die die zyklische Vorgeschichte beschreiben könnte. Sie enthält keine Information über die Amplitude der bisher aufgetragenen Zyklen. So dürften z.B. $N = 10^6$ Zyklen mit einer minimalen Amplitude $\varepsilon^{\text{ampl}} < 10^{-6}$ die weitere Akkumulation bei größeren Amplituden nicht beeinflussen. Anstelle von N wurde die skalare Zustandsvariable $g^A = \int \dot{g}^A dN$ als Maß für die zyklische Vorbelastung eingeführt, wobei g^A die Amplitude enthält.

Um den Einfluss komplexer, mehrdimensionaler Dehnungsschleifen auf die Akkumulationsrate zu erfassen, verwendet das Materialmodell eine tensorielle Amplitude \mathbf{A}_ε (vierstufiger Tensor), die aus einer speziellen Behandlung der sechsdimensionalen Dehnungsschleife resultiert. Hinsichtlich der Details der Ermittlung von \mathbf{A}_ε

Funktion	Materialkonstanten	
$f_{\text{ampl}} = \left(\frac{\varepsilon_{\text{ampl}}}{\varepsilon_{\text{ref}}} \right)^2$	$\varepsilon_{\text{ref}}^{\text{ampl}}$	10^{-4}
	C_{ampl}	0.54
$\dot{f}_N^A = C_{N1} C_{N2} \exp\left(-\frac{g^A}{C_{N1} f_{\text{ampl}}}\right)$ $\dot{f}_N^B = C_{N1} C_{N3}$	C_{N1}	$2.9 \cdot 10^{-4}$
	C_{N2}	0.55
	C_{N3}	$5.7 \cdot 10^{-5}$
$f_p = \exp\left[-C_p \left(\frac{p^{\text{av}}}{p_{\text{atm}}} - 1\right)\right]$	C_p	0.44
	p_{atm}	100 kPa
$f_Y = \exp(C_Y \bar{Y}^{\text{av}})$	C_Y	2.05
$f_e = \frac{(C_e - e)^2}{1 + e} \frac{1 + e_{\text{ref}}}{(C_e - e_{\text{ref}})^2}$	C_e	0.52
	e_{ref}	0.874
$f_\pi = 1$, wenn Polarisation konst., sonst siehe [11, 8]		

Tabelle 1. Zusammenfassung der Teilfunktionen f_i sowie der Materialparameter C_i für den getesteten Mittelsand

sei auf [5] und [8] verwiesen. Im Fall eines einaxialen Dehnungspfades ist diese tensorielle Definition jedoch identisch mit der üblichen Definition der Amplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ (siehe Bild 1). Im Abschnitt 5 wird gezeigt, dass die "Fließregel" $\mathbf{m} \sim \varepsilon^{\text{acc}}$ ausschließlich eine Funktion der Spannung ist. Es wird demonstriert, dass die Fließregeln des modifizierten Cam-clay - Modelles [12] oder der Hypoplastizität [3] für \mathbf{m} in Ansatz gebracht werden können.

4 Versuchsgeräte und Testmaterial

In den zyklischen Triaxialversuchen wurden die Funktionen f_{ampl} , f_p , f_Y , f_e , f_N^A und f_N^B sowie die zyklische Fließrichtung \mathbf{m} untersucht. Die Experimente wurden in fünf ähnlichen Versuchsgeräten (Bild 3) durchgeführt. Die Proben (Durchmesser $d = 10$ cm, Höhe $h = 20$ cm) wurden durch Rieseln von trockenem Sand aus einem Trichter hergestellt und anschließend wassergesättigt. Details hinsichtlich der Probenpräparation und des Versuchsgerätes sind [9] zu entnehmen.

In den Triaxialversuchen wurden entweder 10.000 oder 100.000 Zyklen mit einer Frequenz von 0.1 Hz bzw. 1 Hz aufgebracht (in Abschnitt 5 wird gezeigt, dass die Belastungsfrequenz hinsichtlich der Akkumulation keine Rolle spielt).

Im zyklischen multiaxialen Einachschergerät (Bild

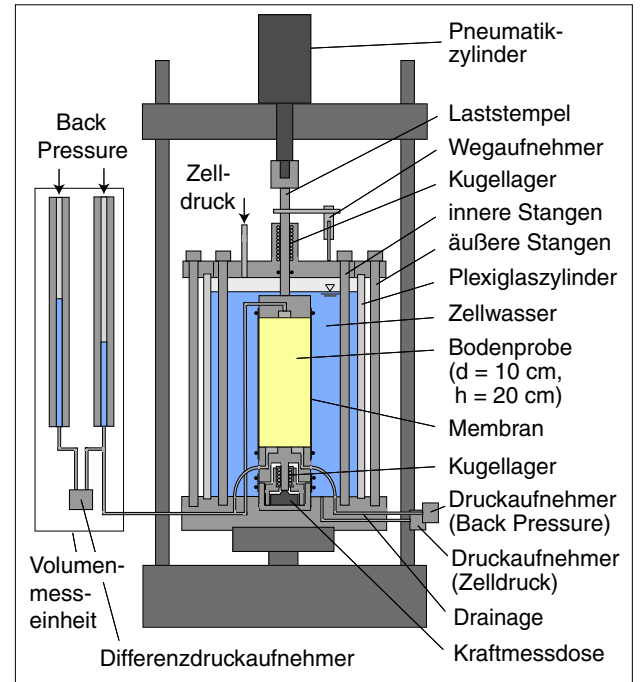


Bild 3. Schema der zyklischen Triaxialgeräte
Fig 3. Scheme of the cyclic triaxial devices

4, sog. *CMDSS*-Gerät für "Cyclic Multiaxial Direct Simple Shear") wurden Versuche zu f_{ampl} und f_π durchgeführt. Das Versuchsgerät entspricht einem modifizierten NGI - DSS - Gerät [13]. In diesem Gerät ist ein Wechsel der Scherrichtung nach einer bestimmten Anzahl von Zyklen ebenso möglich wie die Aufbringung einer kreisförmigen Scherung (daher auch "Hula-Hoop" - Gerät genannt). Details zu diesem Versuchsgerät können in [11] nachgelesen werden.

Alle zyklischen Versuche wurden an einem enggestuften Mittelsand (mittlerer Korndurchmesser $d_{50} = 0,55$ mm, Ungleichförmigkeitszahl $U = d_{60}/d_{10} = 1,8$) mit rundkantiger Kornform durchgeführt (Porenzahlen bei lockerster und dichtester Lagerung: $e_{\text{max}} = 0,874$, $e_{\text{min}} = 0,577$). Die Kornverteilungslinie wird z.B. in [9] gezeigt.

5 Experimentelle Grundlagen des Materialmodells

5.1 Akkumulationsrichtung

Zur Ermittlung der Akkumulationsrichtung \mathbf{m} wurden Versuche mit unterschiedlichen mittleren Spannungszuständen σ^{av} im Kompressions- und Extensionsbereich der $p - q$ - Ebene durchgeführt. Bild 5 zeigt die beobachteten Akkumulationsrichtungen als Einheitsvektoren, deren Anfangspunkt in $(p^{\text{av}}, q^{\text{av}})$ des jeweiligen Versuches liegt. Die Neigung der Vektoren beträgt $1/\omega = \varepsilon_q^{\text{acc}}/\varepsilon_v^{\text{acc}}$. Die Graustufen korrespondieren zu unterschiedlichen Zyklenanzahlen. Mit zunehmendem $|\eta^{\text{av}}| = |q^{\text{av}}/p^{\text{av}}| < M_c(\varphi_c)$ nimmt auch die deviatorische Komponente der Akkumulationsrichtung zu. Bei mittleren

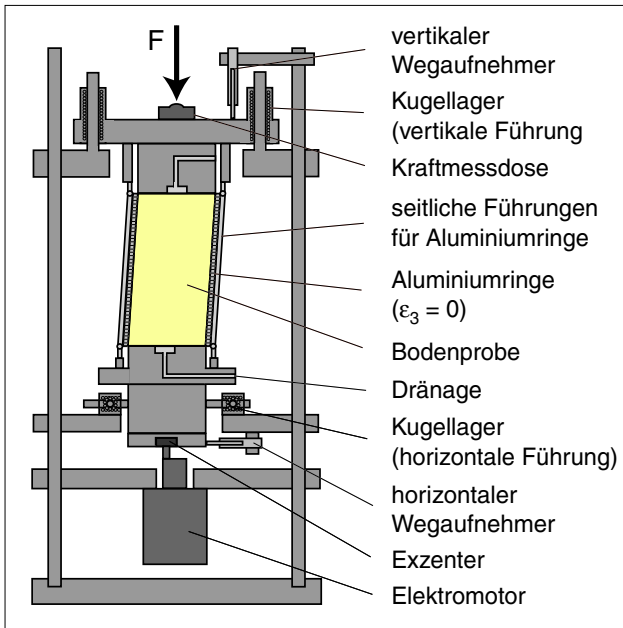


Bild 4. Schema des zyklischen multiaxialen Einfachschergerätes (CMDSS - Gerät, "Hula-Hoop" - Gerät)
 Fig 4. Scheme of the cyclic multiaxial direct simple shear device (CMDSS - device, "Hula-Hoop" - device)

Spannungszuständen auf der p -Achse ($\eta^{av} = 0, \bar{Y}^{av} = 0$) findet eine rein volumetrische Akkumulation statt. Im kritischen Zustand ($\eta^{av} = M_c, \bar{Y}^{av} = 1$) ist die Akkumulation rein deviatorisch. Zwischen den kritischen Grenzgeraden ($\bar{Y}^{av} < 1$) sowohl im Kompressions- als auch im Extensionsbereich führen die Zyklen zu einer Verdichtung des Materials. Für Spannungszustände ausserhalb der kritischen Grenzgeraden ($\bar{Y}^{av} > 1$) wurde dilatantes Materialverhalten (Auflockerung) beobachtet (siehe auch [14, 15]). Eine leichte Richtungsänderung mit zunehmender Zyklenanzahl konnte festgestellt werden (Bild 5).

Bild 6 zeigt die beobachteten Akkumulationsrichtungen für die Versuche mit einem mittleren Druck von $p^{av} = 200$ kPa und mit unterschiedlichen Spannungsverhältnissen η^{av} für a) triaxiale Kompression und b) triaxiale Extension. Die Akkumulationsrichtungen stimmen mit den Fließregeln von Stoffmodellen für monotone Belastungen (modifiziertes Cam-clay - Modell, Hypoplastizität [3, 5]) überein, insbesondere für größere Zyklenanzahlen. Im Extensionsbereich erwies sich die hypoplastische Fließregel im Vergleich zum modifizierten Cam-clay-Modell als zutreffender.

Weder die Polarisierung (Richtung) noch die Form (Rundheit) oder die Größe (Spannweite) der Dehnungsschleife beeinflussen \mathbf{m} [11]. Auch der Einfluss der Lagerungsdichte und der Belastungsfrequenz bleibt gering. Demzufolge wird die Akkumulationsrichtung ausschließlich vom mittleren Spannungsverhältnis $\eta^{av} = q^{av}/p^{av}$ bestimmt. Es ist damit gerechtfertigt, die Fließregel der Hypoplastizität oder des modifizierten Cam-clay Modells für die Akkumulationsrichtung \mathbf{m} anzusetzen.

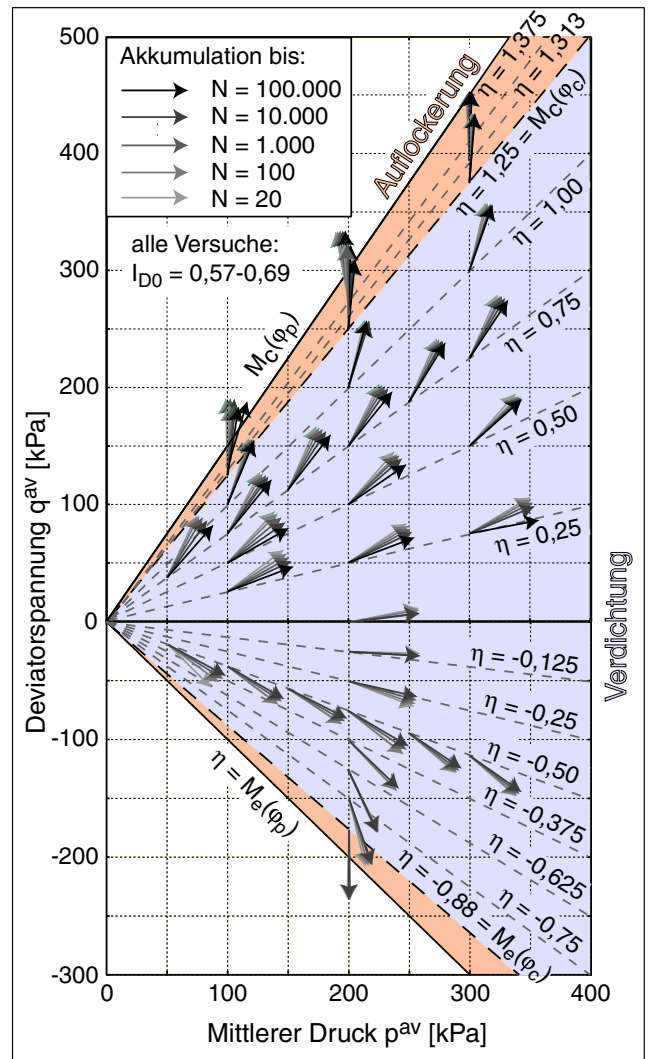


Bild 5. Akkumulationsrichtung \mathbf{m} in Abhängigkeit des mittleren Spannungszustandes σ^{av} , dargestellt als Einheitsvektor in der p - q - Ebene
 Fig 5. Direction of accumulation \mathbf{m} versus the average stress σ^{av} , shown as a unit vector in the p - q - plane

5.2 Intensität der Akkumulation

5.2.1 Einfluss der Dehnungsamplitude

Bild 7 zeigt die Akkumulationskurven in Versuchen mit identischem σ^{av} und annähernd gleicher Anfangslagerungsdichte I_{D0} . Die Amplitude σ_1^{ampl} der einaxialen zyklischen Spannungspfade ($\sigma_3 = \text{const}$) wurde innerhalb dieser Versuchsreihe variiert. Da für die expliziten Gleichungen des Materialmodells lediglich die Akkumulation während der regulären Zyklen von Interesse ist, wurde nur diese in Bild 7 dargestellt. Mit zunehmender Zyklenanzahl N steigt die bleibende Dehnung ε^{acc} , während die Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{acc}$ abnimmt. Mit der Dehnungsamplitude ε^{ampl} nimmt die Akkumulationsrate zu (wie bereits bekannt [16, 17, 18]). Trägt man die akkumulierte Dehnung nach bestimmten Zyklenanzahlen über dem Quadrat der Dehnungsamplitude auf, so erhält man lineare Verläufe (Bild 8). Die Akkumulationsrate ist im getesteten Bereich $4 \cdot 10^{-5} \leq \dot{\varepsilon}^{ampl} \leq 4 \cdot 10^{-4}$ also propor-

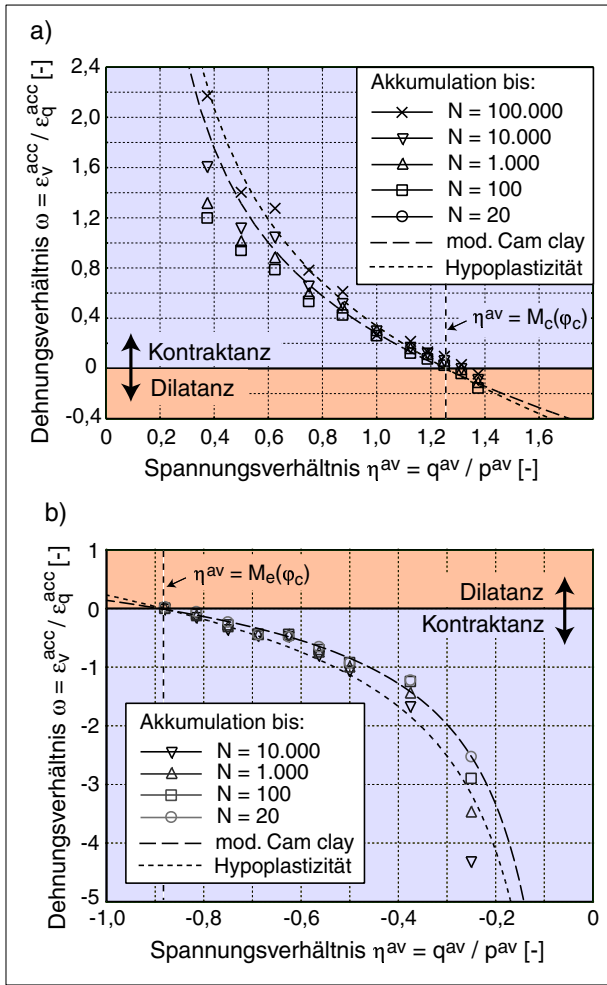


Bild 6. Dehnungsverhältnis ω als Funktion des Spannungsverhältnisses η^{av} für $p^{av} = 200$ kPa, a) triaxiale Kompression, b) triaxiale Extension
 Fig 6. Strain ratio ω versus stress ratio η^{av} for $p^{av} = 200$ kPa, a) triaxial compression, b) triaxial extension

tional zum Quadrat der Dehnungsamplitude. Das Materialmodell erfasst diese Beobachtung durch die Funktion f_{ampl} (ε_{ref}^{ampl} : Referenzamplitude):

$$f_{ampl} = \left(\varepsilon^{ampl} / \varepsilon_{ref}^{ampl} \right)^2 \quad (15)$$

In Versuchen mit unterschiedlich geneigten Spannungspfaden in der $p - q$ - Ebene wurde festgestellt, dass entgegen früherer Annahmen [19, 20] nicht nur die deviatorische, sondern auch die volumetrische Komponente der Dehnungsamplitude eine Akkumulation verursacht [11]. Die deviatorische Komponente trägt jedoch ca. 3,4-fach stärker zur Akkumulationsrate bei als die volumetrische Komponente. Im Stoffmodell wird dies dadurch berücksichtigt, dass der volumetrische Anteil der Dehnungsschleife vor der Ermittlung der (tensoriellen) Amplitude C_{ampl} -fach (siehe Tabelle 1) reduziert wird [8].

In Versuchen mit elliptischen Spannungspfaden in der $p - q$ - Ebene wurde beobachtet, dass die Akkumulationsgeschwindigkeit mit der Rundheit der Dehnungs-

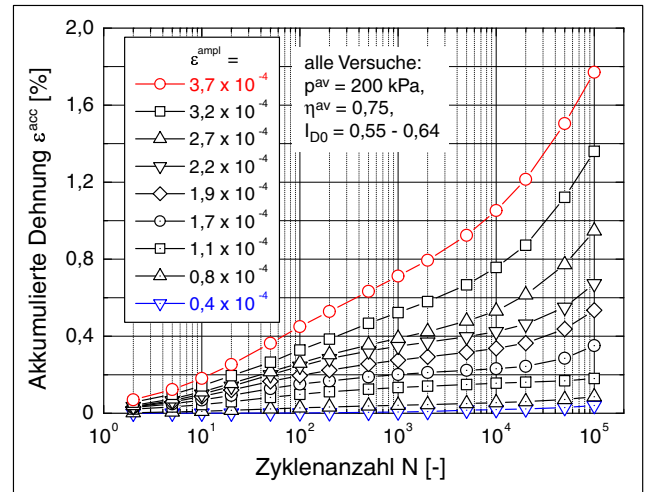


Bild 7. Zunahme der akkumulierten Dehnung ε^{acc} mit der Zyklanzahl N in Versuchen mit unterschiedlichen Dehnungsamplituden ε^{ampl}
 Fig 7. Increase of the accumulated strain ε^{acc} with the number of cycles N in tests with different strain amplitudes ε^{ampl}

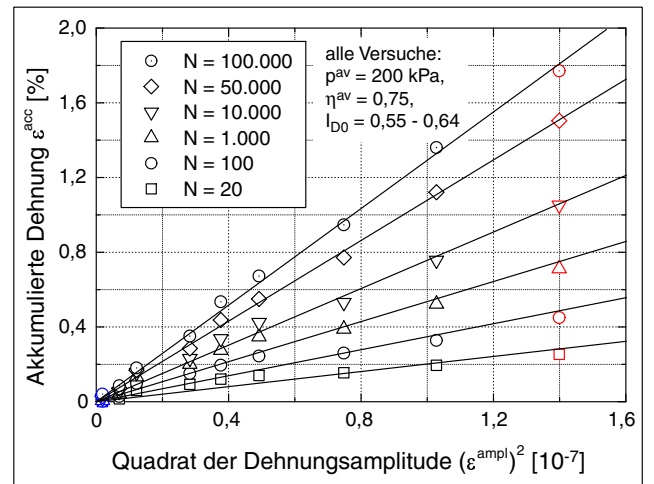


Bild 8. Akkumulierte Dehnung ε^{acc} als Funktion des Quadrates der Dehnungsamplitude $(\varepsilon^{ampl})^2$
 Fig 8. Accumulated strain ε^{acc} as a function of the square of the strain amplitude $(\varepsilon^{ampl})^2$

schleife (d.h. mit zunehmendem umschlossenen Dehnungsraum) ansteigt [11]. Auch CMDSS-Versuche zeigen, dass eine kreisförmige zyklische Scherung verglichen mit einer eindimensionalen Scherung mit identischer Amplitude γ^{ampl} eine in etwa zweifach größere Akkumulationsrate verursacht (siehe Bild 9). Diese zusätzliche Information wird in der erweiterten (tensoriellen) Definition der Amplitude zusammengefasst. Hinsichtlich der Details wird auf [5, 8] verwiesen.

5.2.2 Einfluss der mittleren Spannung

Die Akkumulationsrate nimmt mit dem Druck p^{av} (Bild 10) ab und mit dem Spannungsverhältnis $\eta^{av} = q^{av} / p^{av}$

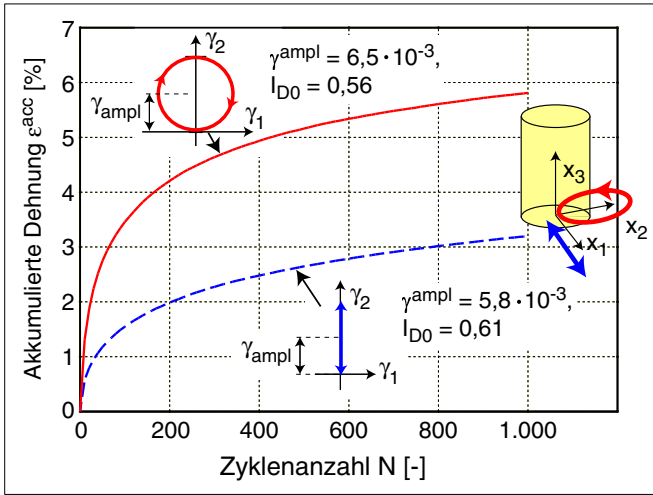


Bild 9. Vergleich einer kreisförmigen und einer einaxialen zyklischen Scherung im CMDSS-Gerät
Fig 9. Comparison of a circular and an uniaxial cyclic shearing in the CMDSS device

bzw. \bar{Y}^{av} zu (Bild 11). Die akkumulierte Dehnung wurde in den Bildern 10 und 11 bereits vom Einfluss der Amplitude bereinigt (Normierung mit f_{ampl}). Das beobachtete Materialverhalten wird in der konstitutiven Formulierung durch die Funktionen f_p und f_Y erfasst ($p_{ref} = p_{atm}$: Referenzdruck, C_p , C_Y : Materialkonstanten):

$$f_p = \exp \left[-C_p \left(\frac{p^{av}}{p_{ref}} - 1 \right) \right] \quad (16)$$

$$f_Y = \exp (C_Y \bar{Y}^{av}) \quad (17)$$

Diese Funktionen wurden für unterschiedliche mittlere Spannungszustände σ^{av} mit triaxialer Kompression bestätigt [9]. Eine Anwendung der Funktionen (16) und (17) auf den Fall triaxialer Extension scheint möglich [9]. Die Kurven gleicher Akkumulationsintensität ($\varepsilon^{acc} = \text{const}$) in der $p - q$ - Ebene sind nahezu parallel zur Steigung der Coulomb'schen Grenzgeraden [9].

5.2.3 Einfluss der Porenzahl

Erwartungsgemäß steigt die Akkumulationsrate mit der Porenzahl e (Bild 12). Dies kann mit der hyperbolischen Funktion f_e approximiert werden:

$$f_e = \frac{(C_e - e)^2}{1 + e} \frac{1 + e_{ref}}{(C_e - e_{ref})^2} \quad (18)$$

wobei $e_{ref} = e_{max}$ eine Referenzporenzahl und C_e eine Materialkonstante ist. In [8] wird gezeigt, dass das aus der Bodenmechanik bekannte Konzept der kritischen Dichte nicht auf zyklische Vorgänge übertragbar ist.

5.2.4 Einfluss der Frequenz

Die Belastungsfrequenz besitzt im untersuchten Bereich $0,05 \text{ Hz} \leq f \leq 2 \text{ Hz}$ weder einen Einfluss auf die generierten Dehnungsamplituden ε^{ampl} , noch auf die Akkumulationskurven (Bild 13, die Verläufe $\varepsilon^{acc}(N)$ wurden

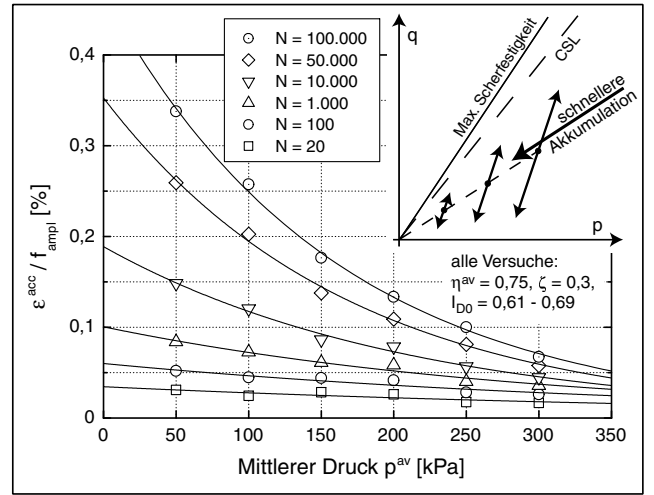


Bild 10. Zunahme der Akkumulationsrate mit abnehmendem mittlerem Druck p^{av}
Fig 10. Increase of the accumulation rate with decreasing average mean stress p^{av}

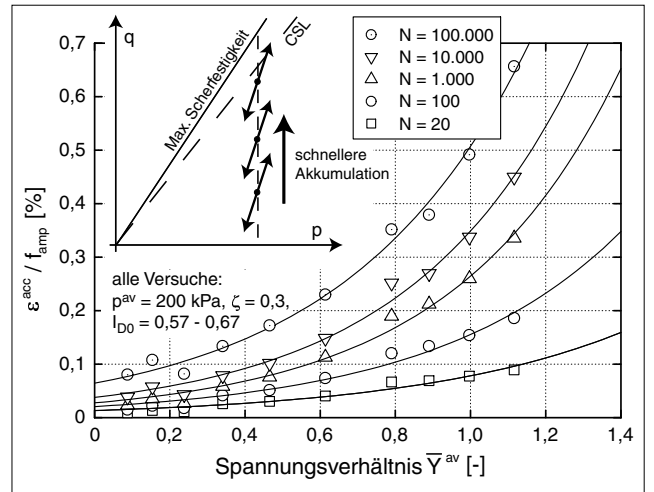


Bild 11. Zunahme der Akkumulationsrate mit steigendem Spannungsverhältnis \bar{Y}^{av}
Fig 11. Increase of the accumulation rate with increasing stress ratio \bar{Y}^{av}

hier mit den Funktionen f_{ampl} , f_p , f_Y , f_e und $f_\pi = 1$ normiert).

5.2.5 Einfluss der Zyklanzahl / der zyklischen Vorbelastung

Dividiert man die akkumulierte Dehnung ε^{acc} durch $f_{ampl} f_p f_Y f_e f_\pi$ (hier: $f_\pi = 1$), dann fallen die Akkumulationskurven in einem schmalen Band zusammen (siehe Bild 14). An dieses Band kann die folgende Funktion f_N angepasst werden:

$$f_N = C_{N1} [\ln(1 + C_{N2}N) + C_{N3}N] \quad (19)$$

$$f_N = \underbrace{\frac{C_{N1}C_{N2}}{1 + C_{N2}N}}_{f_N^A} + \underbrace{C_{N1}C_{N3}}_{f_N^B} \quad (20)$$

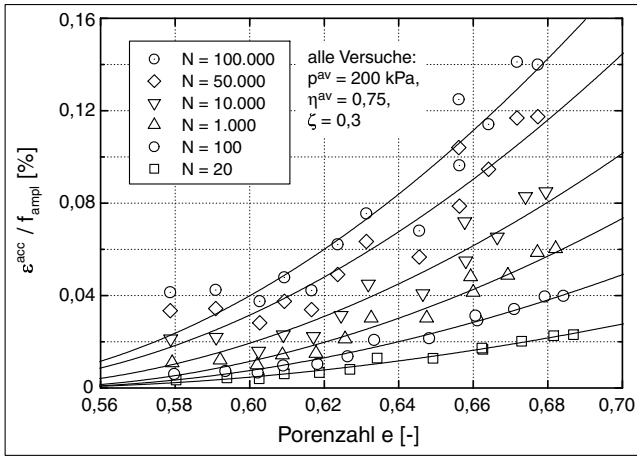


Bild 12. Zunahme der Akkumulationsrate mit der Porenzahl
Fig 12. Increase of the accumulation rate with void ratio

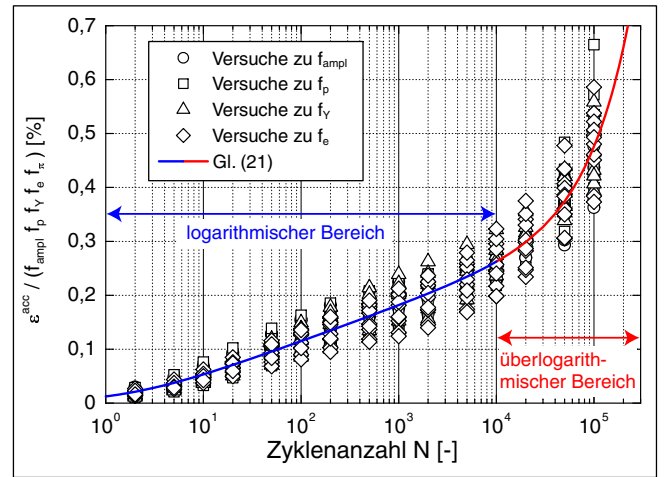


Bild 14. Normierte Akkumulationskurven
Fig 14. Normalized accumulation curves

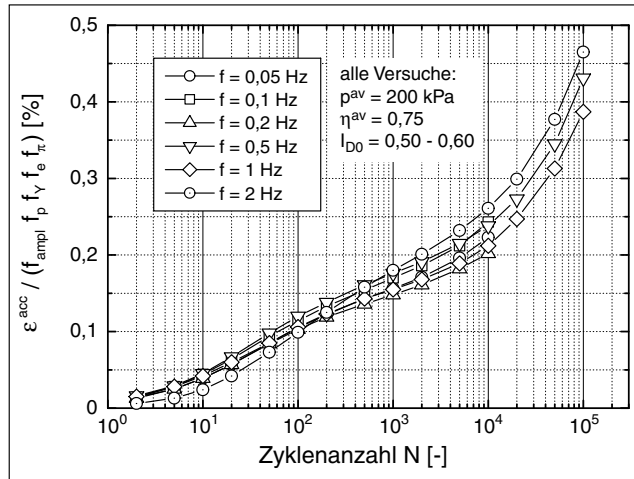


Bild 13. Akkumulationskurven für unterschiedliche Belastungsfrequenzen
Fig 13. Accumulation curves for varying loading frequencies

Darin sind C_{N1} , C_{N2} und C_{N3} Materialkonstanten. Die Funktion f_N besteht aus einem logarithmischen (f_N^A) und einem linearen (f_N^B) Anteil. Der logarithmische Anteil ist dominant für Zyklanzahlen $N < 10.000$ (siehe auch [18, 21]), der lineare Anteil ist hingegen für die Beschreibung der überlogarithmischen Akkumulation bei größeren Zyklanzahlen notwendig.

Wie bereits erwähnt, ist die Zyklanzahl N allein keine brauchbare Zustandsvariable für die Beschreibung der Auswirkung einer zyklischen Vorbelastung. Die Amplitude der bereits aufgetragenen Zyklen ist ebenfalls von Relevanz. Als eine von $\varepsilon^{\text{ampl}}$ und N abhängige Zustandsvariable wird $g^A = \int \dot{g}^A dN$ verwendet, wobei $\dot{g}^A = f_{\text{ampl}} f_N^A$ gilt. Ersetzt man im ersten Term der Gleichung (20) N durch g^A , erhält man:

$$f_N^A = C_{N1} C_{N2} \exp\left(-\frac{g^A}{f_{\text{ampl}} C_{N1}}\right) \quad (21)$$

Bild 15 verdeutlicht den großen Einfluss einer zyklischen Vorbelastung auf die Akkumulationsrate. Es zeigt die Verdichtungskurven in Versuchen an drei Proben, die mit leicht unterschiedlichen Anfangsporenzahlen präpariert und unter den gleichen mittleren und zyklischen Spannungen getestet wurden. Bei identischer Porenzahl (in Bild 15 markiert durch die horizontale Linie bei $e = 0,629$) ist die Akkumulationsrate einer frisch eingerichteten Probe wesentlich größer als die Rate einer Probe, auf die bereits einige tausend Zyklen aufgebracht wurden. Die Bestimmung der zyklischen Vorbelastung für den Boden in situ ist daher essentiell für eine realistische Prognose der weiteren Akkumulation. Die Methoden hierfür sind jedoch noch in der Entwicklungsphase. Leider erwies sich eine Korrelation der zyklischen Vorbelastung mit Wellengeschwindigkeiten als nicht deutlich genug [22, 23]. Eine Korrelation mit dem Verflüssigungspotential bzw. eine inverse Analyse der Ergebnisse einer Oberflächenvibration müssen noch auf ihre Praxistauglichkeit untersucht werden [24].

Der Vorteil der Gleichung (21) gegenüber Gleichung (20) wird beim Betrachten des Akkumulationsverhaltens eines granularen Materials unter Zyklenpaketen mit unterschiedlichen Amplituden deutlich. Bild 16 zeigt die Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ zweier Versuche. Im ersten Versuch folgte ein Paket mit einer kleinen Amplitude ($q^{\text{ampl}} = 30 \text{ kPa}$) auf ein Paket mit einer größeren Amplitude ($q^{\text{ampl}} = 60 \text{ kPa}$). Im zweiten Versuch wurden die Pakete in umgekehrter Reihenfolge aufgebracht. Die bleibende Dehnung (inklusive der residualen Dehnungen in den irregulären Zyklen zu Beginn jedes Paketes, welche in Bild 16 nicht dargestellt sind) war in beiden Versuchen nahezu identisch. Die Prognose des Materialmodells für die beiden Versuche ist zufriedenstellend (Bild 16).

5.2.6 Einfluss von Polarisationsänderungen

Bild 17 zeigt CMDSS - Versuche, in denen zunächst 1.000 Zyklen in eine Scherrichtung gefolgt von 4.000 Zy-

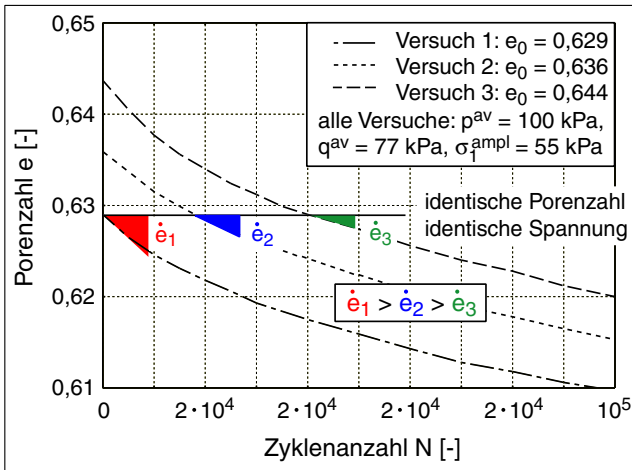


Bild 15. Einfluss der zyklischen Vorbelastungsgeschichte auf die Akkumulationsrate
 Fig 15. Influence of the cyclic preloading history on the accumulation rate

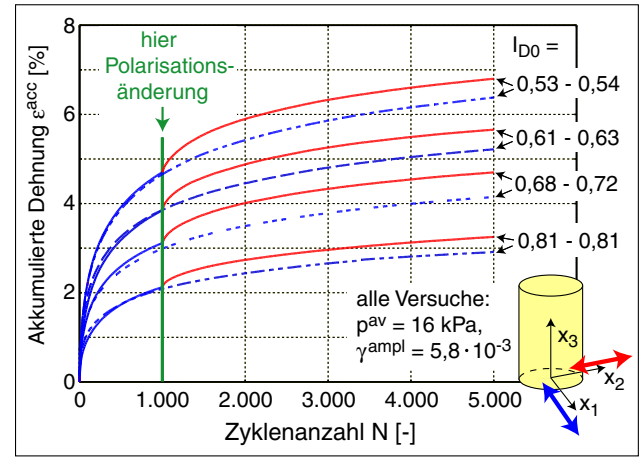


Bild 17. Einfluss einer Polarisationsänderung auf die Akkumulationsrate
 Fig 17. Influence of a polarization change on the rate of accumulation

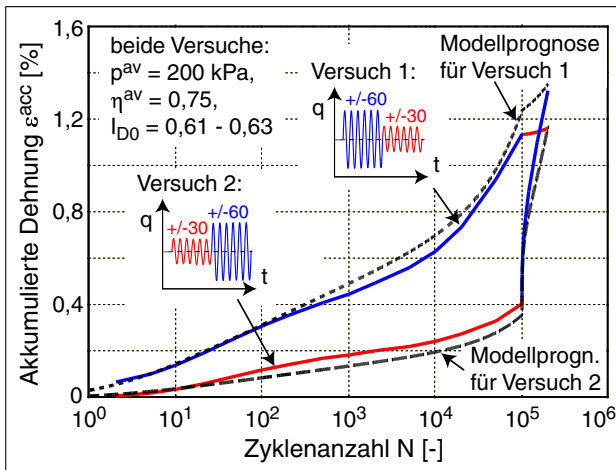


Bild 16. Akkumulationskurven in Versuchen mit Zyklenspaketen mit unterschiedlichen Amplituden
 Fig 16. Accumulation curves in tests with packages of cycles with different amplitudes

klen in orthogonaler Richtung aufgebracht wurden. Die resultierenden Akkumulationskurven liegen nach dem Polarisationswechsel höher verglichen mit den Kurven aus ähnlichen Versuchen ohne eine Änderung der Polarisation (siehe Bild 17). Die Polarisationsänderung bewirkt demnach einen temporären Anstieg der Akkumulationsrate. Diese Beobachtungen werden im Materialmodell durch den Faktor f_π erfasst [8, 11]. Für eine zyklische Belastung ohne Polarisationswechsel gilt $f_\pi = 1$ (z.B. in den zyklischen Triaxialversuchen).

6 Implementierung und FE - Beispielrechnung

Das Materialmodell wurde in der Form einer Benutzerroutine in das FE - Programmsystem ABAQUS implementiert. Als Beispiel wurde ein Zentrifugenmodellversuch (siehe Bild 18a und [8]) nachgerechnet. In die-

sem Versuch wurde ein Streifenfundament auf einem frisch eingerieselten ($g^A = 0$) Feinsand zyklisch belastet. Bild 18b vergleicht die gemessenen und berechneten Verläufe der Setzungsakkumulation mit der Zyklanzahl während der regulären Zyklen. Eine gute Übereinstimmung von Experiment und Rechnung konnte festgestellt werden. Bild 18c zeigt das Feld der Setzungen nach 100.000 Zyklen. Die Akkumulation der Setzungen konzentriert sich auf einen schmalen Bereich unterhalb des Fundamentes.

Detaillierte Angaben zur Implementierung des Stoffmodells in das FE - Programm, eine ausführlichere Darstellung des Zentrifugenmodellversuches und der hier vorgestellten Berechnung sowie einige weitergehende Überlegungen zur Berechnung von Randwertproblemen mit zyklischer Belastung (z.B. Netzabhängigkeit der Lösung) finden sich in [8]. Nachrechnungen von Elementversuchen (u.a. CMDSS-Versuch) können [25] entnommen werden. Das Materialmodell wurde auch verwendet, um die dynamische Verdichtung eines nichtbindigen Bodens mit Hilfe eines Tiefenrüttlers zu simulieren [26].

7 Zusammenfassung

Es wurde ein Materialmodell für die Akkumulation von Verformungen bzw. Porenwasserüberdrücken in nichtbindigen Böden unter einer zyklischen Belastung mit einer großen Anzahl von Lastspielen vorgestellt. Das Modell basiert auf einer Vielzahl zyklischer Laborversuche mit folgenden Ergebnissen:

- Die Akkumulationsrichtung \mathbf{m} (zyklische Fließregel) hängt allein vom Spannungsverhältnis $\eta^{av} = q^{av}/p^{av}$ ab. Der mittlere Druck p^{av} , die Amplitude, die Form und die Polarisation der Dehnungsschleife, die Porenzahl und die Belastungsfrequenz besitzen keinen Einfluss auf die Akkumulationsrichtung. Eine leichte Änderung (i.d.R. Zunahme der volume-

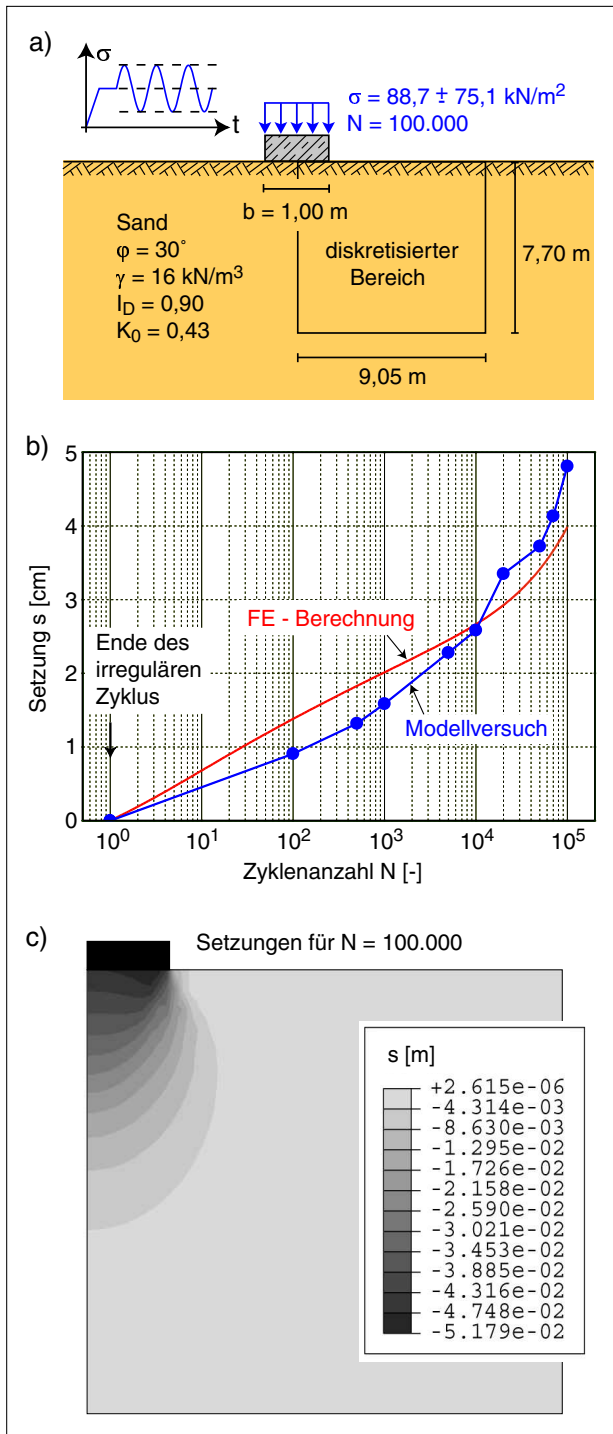


Bild 18. Finite Elemente Berechnung eines Zentrifugen-Modellversuches a) Modell, b) Vergleich der Setzungsverläufe im Experiment und in der FE-Berechnung, c) Feld der vertikalen Verschiebungen

Fig 18. Finite Element calculation of a centrifuge model test a) Model, b) Comparison of the settlement curves between the experiment and the FE calculation, c) field of vertical deformation

trischen Komponente) der Akkumulationsrichtung mit der Zyklanzahl wurde beobachtet, wird im Materialmodell jedoch vernachlässigt.

- Die Fließregeln des modifizierten Cam-clay - Modells oder der Hypoplastizität beschreiben die Akkumulationsrichtungen unter zyklischer Belastung ausreichend genau.
- Die Akkumulationsrate nimmt proportional mit dem Quadrat der Dehnungsamplitude zu, d.h. $\dot{\epsilon}^{acc} \sim (\epsilon^{ampl})^2$. Der deviatorische Anteil der Dehnungsschleife trägt stärker zur Akkumulation bei als die volumetrische Komponente. Mit zunehmender Rundheit der Dehnungsschleife steigt die Akkumulationsgeschwindigkeit. Polarisationsänderungen führen zu einem temporären Anstieg der Akkumulationsrate.
- Die Akkumulationsrate steigt mit abnehmendem mittleren Druck p^{av} , mit steigendem Spannungsverhältnis $\eta^{av} = q^{av}/p^{av}$ und mit größer werdender Porenzahl e .
- Die Belastungsfrequenz beeinflusst die Akkumulationsrate nicht.
- Für $N > 10.000$ verläuft die Akkumulation $\epsilon^{acc}(N)$ schneller als logarithmisch.
- Eine zyklische Vorbelastungsgeschichte kann die Akkumulationsrate stark beeinflussen.

Mit dem Materialmodell wurde ein Streifenfundament unter zyklischer Belastung (Zentrifugenmodellversuch) berechnet. Eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse des Modellversuches und der FE - Berechnung konnte festgestellt werden.

Danksagung

Diese Arbeit entstand im Rahmen des Teilprojektes A8 "Einfluss der Strukturveränderung im Boden auf die Lebensdauer von Bauwerken" im Sonderforschungsbereich 398 "Lebensdauerorientierte Entwurfskonzepte unter Schädigungs- und Deteriorationsaspekten". An dieser Stelle wird der Deutschen Forschungsgesellschaft (DFG) für die Finanzierung gedankt.

Literatur

- [1] D. Kolymbas. An outline of hypoplasticity. *Archive of Applied Mechanics*, 61:143–151, 1991.
- [2] G. Gudehus. A comprehensive constitutive equation for granular materials. *Soils and Foundations*, 36(1):1–12, 1996.
- [3] P.-A. von Wolffersdorff. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 1:251–271, 1996.

- [4] A. Niemunis and I. Herle. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 2:279–299, 1997.
- [5] A. Niemunis. Extended hypoplastic models for soils. Habilitation, Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 34, 2003. available from www.pg.gda.pl/~aniem/an-liter.html.
- [6] A. Niemunis. Akkumulation der Verformung infolge zyklischer Belastung - numerische Strategien. In *Beiträge zum Workshop: Boden unter fast zyklischer Belastung: Erfahrungen und Forschungsergebnisse, Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 32*, pages 1–20, 2000.
- [7] P.-A. von Wolffersdorff and R. Schwab. Schleuse Uelzen I - Hypoplastische Finite-Elemente-Analyse von zyklischen Vorgängen. *Bautechnik*, 78(11):771–782, 2001.
- [8] A. Niemunis, T. Wichtmann, and T. Triantafyllidis. Explicit accumulation model for cyclic loading. In Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04, Bochum*, pages 65–76. CRC Press, Taylor & Francis Group, London, 31 March - 02 April 2004.
- [9] T. Wichtmann, A. Niemunis, and T. Triantafyllidis. Strain accumulation in sand due to drained uniaxial cyclic loading. In Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04, Bochum*, pages 233–246. CRC Press, Taylor & Francis Group, London, 31 March - 02 April 2004.
- [10] H. Matsuoka and T. Nakai. A new failure criterion for soils in three-dimensional stresses. In *Deformation and Failure of Granular Materials*, pages 253–263, 1982. Proc. IUTAM Symp. in Delft.
- [11] T. Wichtmann, A. Niemunis, and T. Triantafyllidis. The effect of volumetric and out-of-phase cyclic loading on strain accumulation. In Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04, Bochum*, pages 247–256. CRC Press, Taylor & Francis Group, London, 31 March - 02 April 2004.
- [12] K.H. Roscoe and J.B. Burland. On the generalized stress-strain behaviour of wet clays. In J. Heyman and F.A. Leckie, editors, *Engineering plasticity*, pages 535–609. Cambridge University Press, 1968.
- [13] W. Kjellman. Testing the shear strength of clay in sweden. *Géotechnique*, 2(3):225–232, 1951.
- [14] M.P. Luong. Mechanical aspects and thermal effects of cohesionless soils under cyclic and transient loading. In *Proc. IUTAM Conf. on Deformation and Failure of Granular materials, Delft*, pages 239–246, 1982.
- [15] C.S. Chang and R.V. Whitman. Drained permanent deformation of sand due to cyclic loading. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 114(10):1164–1180, 1988.
- [16] M.L. Silver and H.B. Seed. Volume changes in sands during cyclic loading. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 97(SM9):1171–1182, 1971.
- [17] T.L. Youd. Compaction of sands by repeated shear straining. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 98(SM7):709–725, 1972.
- [18] A. Sawicki and W. Świdziński. Compaction curve as one of basic characteristics of granular soils. In E. Flavigny and D. Cordary, editors, *4th Colloque Franco-Polonais de Mécanique des Sols Appliquée*, volume 1, pages 103–115, 1987. Grenoble.
- [19] H.Y. Ko and R.F. Scott. Deformation of sand in hydrostatic compression. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 93(SM3):137–156, 1967.
- [20] A. Niemunis, T. Wichtmann, and Th. Triantafyllidis. Compaction of freshly pluviated granulates under uniaxial and multiaxial cyclic loading. In *XIIIth European Conference On Soil Mechanics and Geotechnical Engineering: Geotechnical problems with man-made and man-influenced grounds*, pages 855–860, August 2003. Prag.
- [21] A. Sawicki and W. Świdziński. Mechanics of a sandy subsoil subjected to cyclic loadings. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 13:511–529, 1989.
- [22] T. Wichtmann and Th. Triantafyllidis. Influence of a cyclic and dynamic loading history on dynamic properties of dry sand, part I: cyclic and dynamic torsional prestraining. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 24(2):127–147, 2004.
- [23] T. Wichtmann and Th. Triantafyllidis. Influence of a cyclic and dynamic loading history on dynamic properties of dry sand, part II: cyclic axial preloading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 24(11):789–803, 2004.
- [24] T. Triantafyllidis, T. Wichtmann, and A. Niemunis. On the determination of cyclic strain history. In Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04, Bochum*, pages 321–332. CRC Press, Taylor & Francis Group, London, 31 March - 02 April 2004.
- [25] M. Hammami. Numerische Fehler bei der expliziten FE-Berechnung der Verdichtbarkeit von Sand unter zyklischer Belastung. Diplomarbeit am Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, 2003.

- [26] S. Keßler. Simulation von Rütteldruckverdichtungsmaßnahmen. Diplomarbeit am Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, 2004.

Autoren dieses Beitrages:

Dipl.-Ing. Torsten Wichtmann, Dr.-Ing. habil. Andrzej Niemunis, Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Theodor Triantafyllidis, Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Universitätsstraße 150, 44780 Bochum