

Torsten Wichtmann
Theodor Triantafyllidis

Dynamische Steifigkeit und Dämpfung von Sand bei kleinen Dehnungen

Die dynamische Steifigkeit und die Materialdämpfung von Sand bei kleinen Dehnungen ($10^{-7} \leq \gamma^{\text{ampl}} \leq 10^{-3}$) wurde in Resonant Column (Resonanzsäulen-) Versuchen und Triaxialversuchen mit Messungen der Kompressions- und Scherwellengeschwindigkeiten untersucht. Der Einfluss der Parameter Spannungszustand, Porenzahl, Dehnungsamplitude (Grenzscherdehnung), Zeit (Alterung), Struktur des Korngerüstes (zyklische Vorbelastung), Temperatur und Korngrößenverteilung wurde studiert. Die Ergebnisse werden mit publizierten Messdaten bzw. mit den Empfehlungen des Arbeitskreises "Baugrunddynamik" der DGGT verglichen, wobei zumeist eine gute Übereinstimmung festgestellt wurde. Es wird gezeigt, dass der Resonant Column Versuch und die Laufzeitmessung vergleichbare Ergebnisse liefern.

Stiffness and damping of non-cohesive soils at small strains.

Stiffness and material damping of sand at small strains ($10^{-7} \leq \gamma^{\text{ampl}} \leq 10^{-3}$) were studied in resonant column tests and triaxial tests with measurements of P- and S-wave velocities. The influence of the parameters stress, void ratio, strain amplitude (threshold shear strain), time (aging), fabric of grain skeleton (cyclic preloading), temperature and grain size distribution was studied. The results are compared with published test data or with the recommendations of the working committee "Soil Dynamics" of the DGGT, respectively, whereby mostly a good coincidence was observed. It is shown, that the resonant column test (frequency domain) and the measurement of travel time of waves deliver similar results.

1 Einführung

Unter einer zyklischen Belastung kommt es zu plastischen (bleibenden) und elastischen Dehnungen im Boden. Die Akkumulation der bleibenden Dehnungen in nichtbindigem Boden wird z.B. in [1] ausführlich diskutiert. Dieser Aufsatz beschäftigt sich mit dem elastischen Anteil, der in vielen Fällen (insbesondere bei Belastungen mit kleiner Amplitude oder nach einem weitestgehenden Abklingen der plastischen Deformationsrate) für die Interaktion Bauwerk - Baugrund maßgebend ist.

Die elastische Dehnungsamplitude wird von der Stei-

figkeit des Bodens bestimmt. Die Spannungs - Dehnungs - Kurven sind hysteretisch, d.h. es wird mit jedem Zyklus Energie dissipiert (Materialdämpfung). Für bodendynamische Berechnungen werden also Angaben zur Steifigkeit und zur Dämpfung benötigt. Setzt man ein isotropes Material voraus (d.h. die Eigenschaften sind nicht richtungsabhängig), so reicht zur Beschreibung der Steifigkeit der Schubmodul G und der E-Modul E bzw. die Querkontraktionszahl ν aus. Für die Quantifizierung der Dämpfung kann z.B. der Dämpfungsgrad D verwendet werden. Die Steifigkeit und die Dämpfung sind keine Materialkonstanten, sondern sie hängen von diversen Parametern ab, deren Einfluss unterschiedlich groß ist. In Resonant Column Versuchen und Triaxialversuchen mit einer Messung der Kompressions- und Scherwellengeschwindigkeiten wurden folgende Einflussfaktoren an Sand untersucht:

- Spannungszustand
- Porenzahl
- Dehnungsamplitude
- Zeit (Alterung)
- Struktur des Korngerüstes (zyklische Belastung)
- Temperatur
- Korngrößenverteilung

2 Versuchsgeräte und Testmaterial

2.1 Resonant Column Gerät

Das verwendete Resonant Column (RC) Gerät (Bilder 1a,b) ist vom Typ "frei - frei", d.h. sowohl die Kopf- als auch die Fußmasse sind frei beweglich gelagert. Die quaderförmige Kopfmasse (sog. *Erregerkopf*) ist mit zwei elektrodynamischen Schwingerregern bestückt, welche jeweils eine kleine Masse beschleunigen. Diese Beschleunigung wird mit einem Beschleunigungsaufnehmer gemessen, woraus die Erregerkraft $F(t)$ in der Achse des Schwingerregers ermittelt wird. Das Paar der Erregerkräfte resultiert in einem Torsionsmoment auf die zylindrische Probe. Weitere Beschleunigungsaufnehmer messen die Beschleunigung des Erregerkopfes, woraus die Verdrehung $\phi(t)$ der Probe am Kopf berechnet wird.

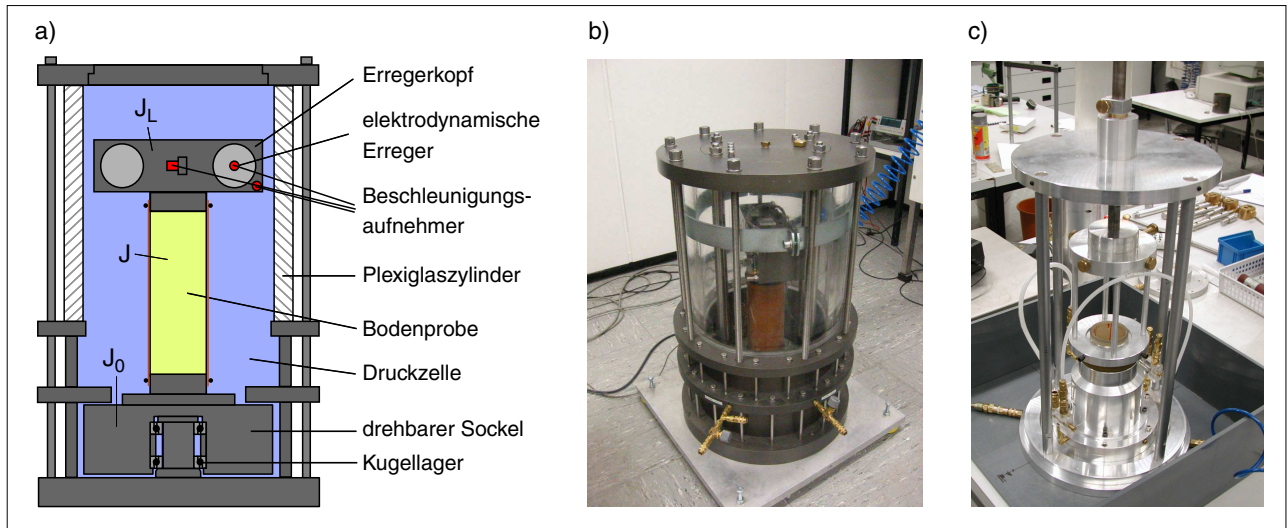


Bild 1: Resonant Column Versuche: a) Schema des Versuchsgertes, b) Versuchsgert, c) Vorrichtung zur Platzierung der Probenkopfplatte

Fig 1: Resonant Column tests: a) scheme of the test device, b) test device, c) device for mounting the top cap

Das System aus FuBmasse, Probe und Erregerkopf ist in einer Druckzelle eingeschlossen, in der Seitendrücke σ_3 bis ca. 800 kPa aufgebracht werden können. Der Spannungszustand ist nahezu isotrop. Aus dem Gewicht des Erregerkopfes ($m \approx 9$ kg) ergibt sich eine leichte Anisotropie der Hauptspannungen (d.h. vertikale Spannung $\sigma_1 >$ seitliche Spannung σ_3), welche bei grOoeren Seitendrucken jedoch nur eine untergeordnete Rolle spielt.

Das sinusfOrmige Erregersignal wird von einem Funktionsgenerator erzeugt und uiber einen Leistungsverstärker auf die Schwingerreger gegeben. Die Frequenz des Erregersignals wird variiert, bis die Resonanzfrequenz f_R des Systems aus Endmassen und Probe gefunden ist. Dies ist der Fall, wenn die Signale $\phi(t)$ und $F(t)$ in der Zeit t um 90° phasenverschoben sind. Stellt man den Schwingweg in der Erregerachse $u(t)$ uiber $F(t)$ dar, erhält man die ellipsenfOrmige *Lissajous-Figur*, welche im Resonanzfall senkrecht steht. Aus der Resonanzfrequenz wird der Schubmodul berechnet:

$$G = \left(\frac{2\pi h f_R}{a} \right)^2 \rho \quad (1)$$

Darin sind h die Probenhöhe und ρ die Probedichte, wAhrend a aus der impliziten Eigenwertgleichung (2) bestimmt wird:

$$a \tan(a) - \frac{J^2}{J_0 J_L} \frac{\tan(a)}{a} = \frac{J}{J_0} + \frac{J}{J_L} \quad (2)$$

In Gleichung (2) sind J , J_0 und J_L die polaren Massenträgheitsmomente der Probe, der FuB- und der Kopfmasse (Bild 1). Die Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} wird als geometrischer Mittelwert uiber das Probenvolumen berechnet (siehe [2]). Durch eine Variation der Amplitude des Erregersignals können unterschiedliche Scherdehnungsamplituden aufgebracht werden. Der Dämpfungsgrad D wird aus dem VerhAltnis der wAhrend eines Zy-

klus dissipierten Energie ΔW und der elastischen Verformungsenergie W der Probe ermittelt:

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W} \quad (3)$$

Die dissipierte Energie ΔW erhält man aus dem Flächeneinhalt der Lissajous-Figur. Die elastische Verformungsenergie berechnet sich aus (V : Probenvolumen):

$$W = \frac{1}{2} G (\gamma^{\text{ampl}})^2 V \quad (4)$$

Die Proben wurden auBerhalb des RC-Gertes präpariert. Dazu wurde zunAchst eine Gummimembran uiber die ProbenfuBplatte gezogen und mit Dichtungsringen abgedichtet. Anschließend wurden Halbschalen montiert und die Membran wurde mit Hilfe eines Vakuums an die Halbschalen gezogen. Der trockene Sand wurde aus einem Trichter in die Probenform gerieselt. Dabei wurde der Trichter kontinuierlich nach oben gezogen, um den Abstand zwischen Trichteröffnung und Probenoberfläche konstant zu halten. Unterschiedliche Lagerungsdichten konnten durch verschiedene Durchmesser der Trichteröffnung bzw. FallhOhen erreicht werden. Die Probenkopfplatte wurde mit Hilfe einer speziellen Vorrichtung (Bild 1c) auf der geglätteten Probenoberfläche platziert, um eine Exzentrizität oder Schiefstellung auszuschließen. Nach der Abdichtung der Membran an der Probenkopfplatte wurde ein Vakuum an das Korngerüst angelegt, um dieses zu stabilisieren und das Entfernen der Halbschalen zu ermöglichen. Nach der Vermessung der Probengeometrie wurden die Proben in das RC-Gert gestellt und die ProbenfuBplatte wurde mit der drehbaren FuBmasse des Versuchsgertes verschraubt. Der Erregerkopf wurde auf die Probenkopfplatte aufgesetzt und mit dieser verbunden. Nach der Montage der Druckzelle wurde das Vakuum in der Probe schrittweise durch den Zeldruck ersetzt.

Es wurden Proben mit voller und ringförmiger Querschnittsfläche getestet. Im Fall der *Vollzylinderproben* (voller Querschnitt) betragen der Durchmesser $d = 10$ cm und die Höhe $h = 20$ cm oder 30 cm. Vorversuche zeigten keinen Einfluss der Probenhöhe auf die Messung im Bereich $20 \text{ cm} \leq h \leq 30 \text{ cm}$, während im Fall $h = 10$ cm nur noch 95 % der Steifigkeit der höheren Proben gemessen wurde. Die *Hohlzylinderproben* (Ringquerschnitt, siehe auch Bild 1c) besaßen den Außendurchmesser $d_a = 10$ cm, den Innendurchmesser $d_i = 6$ cm (d.h. eine Wandstärke von 2 cm) und die Höhe $h = 10$ cm. Die Hohlzylinderform besitzt gegenüber dem Vollzylinder den Vorteil einer homogenen Verteilung der Scherdehnungen über den Probenquerschnitt. Allerdings zeigte der Vergleich der Messungen an Hohl- und Vollzylinderproben keine wesentlichen Unterschiede (vergleiche Bilder 6 und 16, siehe auch [3]), so dass sich die aufwändige Präparation der Hohlzylinderproben (mit innerer und äußerer Schalung sowie innerer und äußerer Membran) kaum lohnt.

Zur Messung der vertikalen Verformungen der Probe (Bestimmung der Grenzscherdehnung) wurden drei berührungslose Wegaufnehmer eingesetzt, die in einem geringen Abstand oberhalb des Probenkopfes montiert wurden (Bild 2). Neben der mittleren vertikalen Verformung konnte somit auch eine evtl. Verkippung des Erregerkopfes registriert werden.

Alle Versuche wurden in einem klimatisierten Labor bei einer Temperatur von $T = 24^\circ$ durchgeführt. Für die Versuche zum Temperatureinfluss wurde das RC-Gerät in einer Kühlkammer aufgebaut. Die Temperatur der Kühlkammer konnte zwischen $T = -20^\circ$ und $T = +20^\circ$ variiert werden.

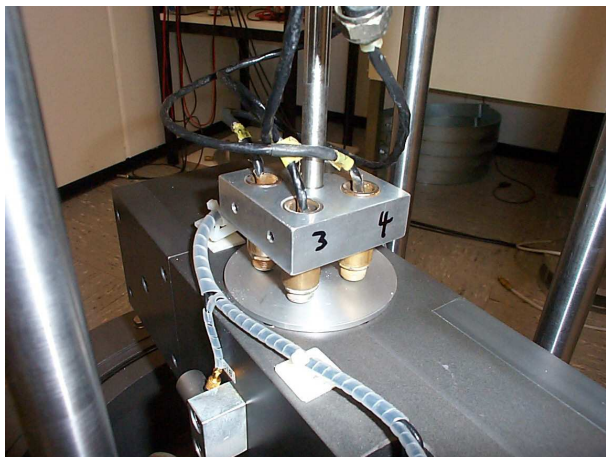


Bild 2: Messung der vertikalen Verformungen im RC-Gerät mit Hilfe berührungsloser Aufnehmer
Fig 2: Measurement of vertical deformations in the RC device by means of non-contact transducers

2.2 Triaxialzelle mit piezoelektrischen Elementen

Bild 3 enthält ein Schema der verwendeten Triaxial-

zelle, in der die Messung der Kompressions- und der Scherwellengeschwindigkeit möglich ist. In die untere und obere Probenendplatte sind jeweils drei piezoelektrische Elemente integriert. Diese Elemente verformen sich, wenn eine elektrische Spannung angelegt wird und generieren wiederum ein elektrisches Signal, wenn sie mechanisch verformt werden. Das Kompressionselement (engl. "compression element", CE) verformt sich in Dickenrichtung und wird zur Messung von Kompressionswellengeschwindigkeiten (P-Welle) eingesetzt. Das Scherelement (engl. "shear plate", SP, [4]) vollzieht Scherverformungen und eignet sich zur Messung von Scherwellengeschwindigkeiten (S-Welle). Die Scherwellengeschwindigkeit wird weiterhin auch mit dem Biegeelement (engl. "bender element", BE, [5]) ermittelt. Während CE und SP vollständig in die Probenendplatten integriert sind, ragt das Biegeelement ca. 3 mm in die Probe hinein.

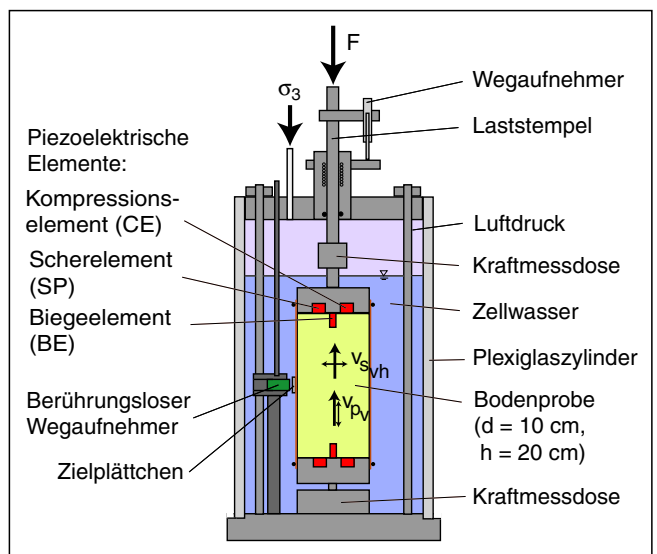


Bild 3: Triaxialzelle mit piezoelektrischen Elementen
Fig 3: Triaxial cell with piezoelectric elements

Mit Hilfe eines Funktionsgenerators wird ein einzelner sinusförmiger elektrischer Impuls (Frequenz 10 bis 25 kHz) generiert und über einen Verstärker auf eines der piezoelektrischen Elemente in der Probenfußplatte aufgebracht. Die Verformung des Elementes führt zur Ausbreitung einer Welle in Axialrichtung der Bodenprobe. Erreicht die Welle das korrespondierende Element in der Probenkopfplatte, führt dies zur Erzeugung eines elektrischen Signals, welches über einen Verstärker zu einem Oszilloskop geleitet wird. Am Oszilloskop wird aus dem gesendeten und dem empfangenen Signal (Bild 4) die Laufzeit t_t der Welle bestimmt, was in manchen Fällen u.a. aufgrund von Reflexionen an den Probenrändern schwierig sein kann [6–9]. Die Laufzeit kann z.B. aus einem Vergleich der Startpunkte (Punkte A-A' im Bild 4), dem Vergleich von korrespondierenden Minima, Maxima oder Nulldurchgängen (Punkte B-B', C-C', D-D' im Bild 4) oder auch mit Hilfe einer Kreuzkorrelation gewonnen werden (in jedem Fall sind zuvor

evtl. Verzögerungszeiten des Signals in den Kabeln und elektrischen Geräten in einer Kalibrierung zu bestimmen und von der Messung abzuziehen). Die Wellengeschwindigkeit ergibt sich aus

$$v = l_t/t_t. \tag{5}$$

Für den Laufweg l_t der Welle wird im Fall von CE und SP die Probenhöhe, im Fall der Biegeelemente der Abstand ihrer Spitzen (siehe [7, 8, 10]) angesetzt. Aus der Scherwellengeschwindigkeit v_s bzw. der Kompressionswellengeschwindigkeit v_p können bei bekannter Proben-dichte ρ die zugehörigen Steifigkeiten bei kleinen Dehnungen, nämlich der Schubmodul G_0 und der Steifemodul bei behinderter Seitendehnung E_{s0} ermittelt werden:

$$G_0 = \rho (v_s)^2 \quad E_{s0} = \rho (v_p)^2 \tag{6}$$

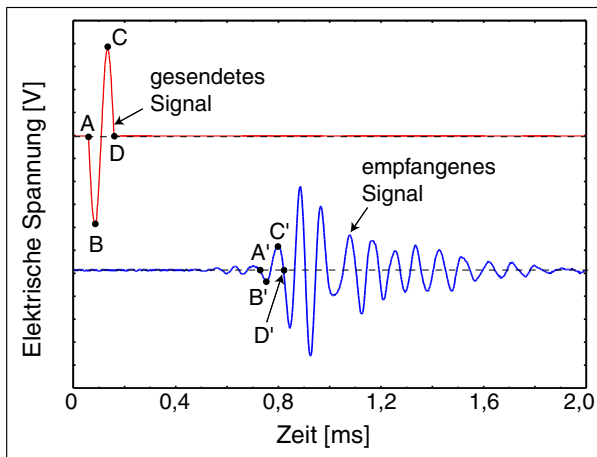


Bild 4: Gesendetes und empfangenes Signal bei der Laufzeitmessung mit piezoelektrischen Elementen (hier: Biegeelement)

Fig 4: Transmitted and received signal in travel time measurements with piezoelectric elements (here: bender element)

Die für die Proben der RC-Versuche verwendete Präparationsmethode wurde auch für die Proben der Triaxialversuche benutzt (mit dem Unterschied, dass die Proben direkt im Versuchsgerät hergestellt wurden). Die Proben wurden im trockenen Zustand getestet, um die Kompressionswellengeschwindigkeit im Korngerüst messen zu können (bei gesättigten Proben überdeckt die P-Welle im Porenwasser diejenige im Korngerüst).

Die axiale Last wurde mit einem pneumatischen Belastungssystem aufgebracht und an einer Kraftmessdose oberhalb der Probe in der Druckzelle gemessen (Bild 3). Die Erfassung der axialen Verformung erfolgte mit einem Wegaufnehmer, der außerhalb der Zelle am Laststempel angebracht wurde. Seitliche Verformungen der Probe wurden lokal mit sechs berührungslosen Wegaufnehmern (siehe auch Bild 2) gemessen. Dazu wurden kleine Aluminiumplättchen als Messziele auf die Gummimembran der Probe aufgeklebt und die Aufnehmer

Boden	1	2	3	4
d_{50}	0,55	0,15	4,4	0,52
U	1,8	1,4	1,3	4,5
C	1,2	0,9	1,1	0,7
$\rho_{d,min}$	1,414	1,330	1,432	1,567
$\rho_{d,max}$	1,680	1,578	1,588	1,864
ρ_s	2,65	2,65	2,65	2,65

Tabelle 1: Charakteristika der Korngrößenverteilungen sowie minimale und maximale Dichten, Ungleichförmigkeit $U = d_{60}/d_{10}$, Krümmung $C = (d_{30})^2/(d_{10}d_{60})$

wurden auf einem Schlittensystem in einem geringen Abstand vor diesen Plättchen platziert. Das Schlittensystem ermöglicht eine Neu-Positionierung des Aufnehmers (Messbereich 2 mm) bei sehr großen seitlichen Verformungen. Die Druckzelle des triaxialen Versuchsgerätes ist für maximal 1 MPa ausgelegt.

2.3 Testmaterial

Alle Versuche wurden an Siligransand bzw. -kies mit rundkantiger Kornform durchgeführt. Die Korngrößenverteilungen sowie die minimalen und maximalen Dichten sind Bild 5 bzw. Tabelle 1 zu entnehmen. Mit Ausnahme der Versuche zum Einfluss der Korngrößenverteilung wurde in allen Versuchen der Boden 1 verwendet.

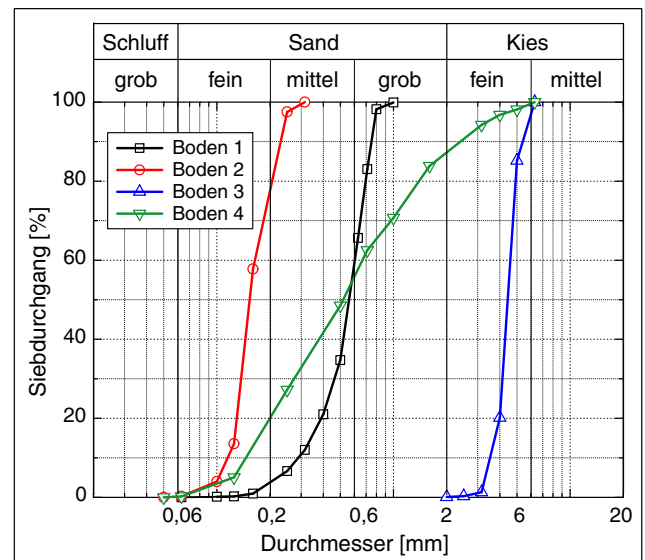


Bild 5: Kornverteilungskurven
Fig 5: Grain distribution curves

3 Versuchsergebnisse

3.1 Einfluss des Spannungszustandes und der Porenzahl

Die Schubsteifigkeit bei kleinen Dehnungen $G_0 = G(\gamma^{ampl} < 10^{-6})$ als Funktion des mittleren Druckes p und der Porenzahl e zeigt Bild 6. In den RC-Versuchen wurden Vollzylinderproben mit unterschiedlichen Anfangsporenzahlen präpariert und anschließend wurde der Zeldruck σ_3 in Stufen erhöht. Die Schubsteifigkeit G_0 wurde bei $\sigma_3 = 50, 100, 200, 400$ und 800 kPa gemessen. Zwischen den Laststufen (vor der jeweiligen Messung) wurden die Proben 2 Stunden lang konsolidiert. Bild 6a zeigt den typischen linearen Anstieg der $G_0(p)$ -Kurven im doppeltlogarithmischen Maßstab. Dem Bild 6b ist die Abnahme der Steifigkeit mit zunehmender Porenzahl zu entnehmen.

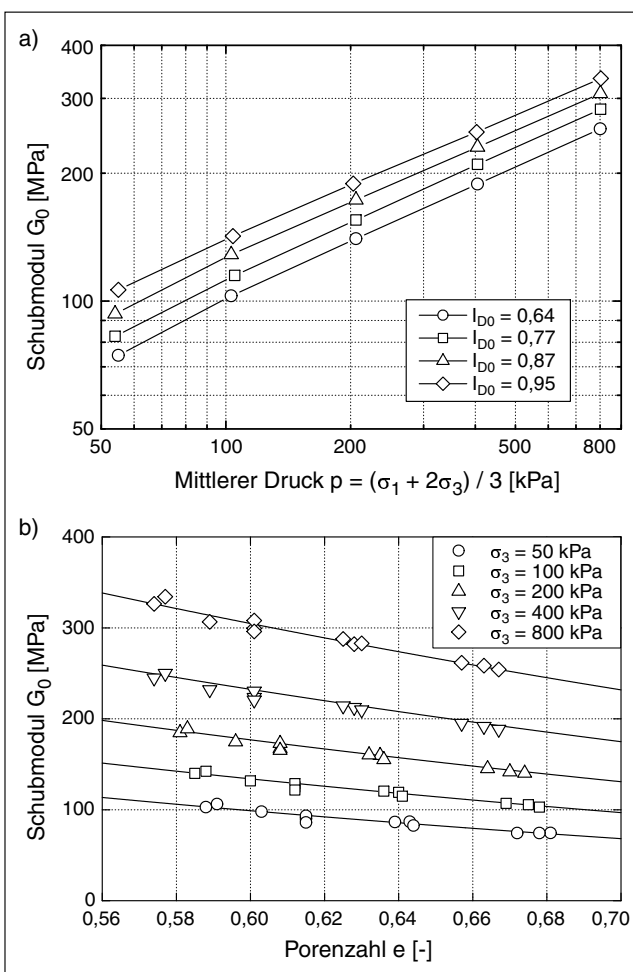


Bild 6: Schubmodul G_0 in Abhängigkeit des mittleren Druckes p und der Porenzahl e

Fig 6: Shear modulus G_0 in dependence on mean stress p and void ratio e

An die Versuchsergebnisse konnte die von Hardin und Black [11] vorgeschlagene dimensionsreine Gleichung

$$G_0 = A \frac{(a - e)^2}{1 + e} p_a^{1-n} p^n \quad (7)$$

mit $A = 2750$, $a = 1,46$ und $n = 0,42$ gut angepasst werden ($p_a = 100$ kPa: atmosphärischer Druck). Die durchgezogenen Kurven in Bild 6b entsprechen dieser Anpassung. Der beobachtete Exponent n liegt im unteren Bereich der in der Literatur dokumentierten Werte (siehe z.B. [12]), wobei n von der Kornrauigkeit abhängt [13, 14].

Bild 7 vergleicht die gemessenen Schubmoduli G_0 mit den empirischen Formeln, die in den Empfehlungen des Arbeitskreises 1.4 "Baugruddynamik" der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik (DGGT) [15] für Sand mit runder bzw. eckiger Kornform angegeben werden (zurückgehend auf [11]). Die Größenordnung der gemessenen und der nach den Empfehlungen berechneten Steifigkeiten stimmt überein. Für kleine Drücke sind die Diskrepanzen bei dichter Lagerung am größten, bei großen Drücken sind stärkere Unterschiede bei größeren Porenzahlen festzustellen.

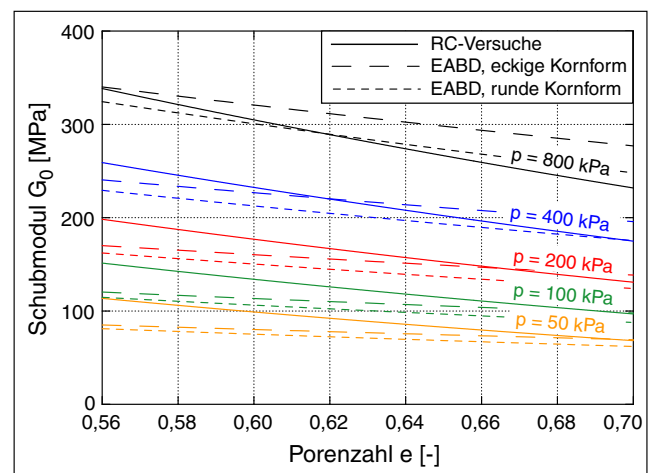


Bild 7: Gemessene Schubmoduli G_0 verglichen mit den empirischen Formeln der Empfehlungen des Arbeitskreises "Baugruddynamik" (EABD) der DGGT für runde und eckige Kornform

Fig 7: Measured shear moduli G_0 compared to empirical formulas in the recommendations of the working committee "Soil Dynamics" of the DGGT for round and angular grains

Eine vergleichbare Versuchsserie wurde im Triaxialgerät durchgeführt. Die ermittelten Schubsteifigkeiten zeigt Bild 8 und stellt diese den Messwerten der RC-Versuche gegenüber. Zunächst ist festzustellen, dass das Scherelement und das Biegeelement identische Steifigkeiten liefern. Gleichung (7) konnte mit $A = 2840$, $a = 1,48$ und $n = 0,40$ an die Schubmoduli der Triaxialversuche angepasst werden. Die Steifigkeiten der RC-Versuche liegen leicht unterhalb dieser Werte (Bild 8), evtl. aufgrund kleinerer Dehnungen bei den Messungen mit den piezoelektrischen Elementen. Da es sich jedoch um zwei grundsätzlich unterschiedliche Methoden zur Bestimmung von G_0 handelt, ist die Übereinstimmung der Messwerte aus beiden Versuchstypen mehr als zufriedenstellend.

In den Triaxialversuchen wurde neben der S- auch

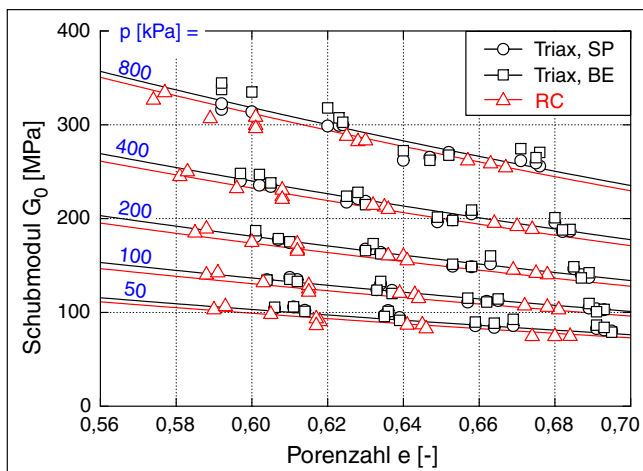


Bild 8: Vergleich der Schubmoduli G_0 aus Resonant Column Versuchen und Messungen der Scherwellengeschwindigkeit in der Triaxialzelle
 Fig 8: Comparison of the shear moduli G_0 from resonant column tests and measurements of the shear wave velocity in the triaxial cell

die P-Welle gemessen, woraus die in Bild 9 dargestellten Steifemoduli E_{s0} berechnet wurden. Im doppeltlogarithmischen $E_{s0} - p$ - Diagramm wurden ebenfalls lineare Verläufe analog zu Bild 6a erhalten (hier nicht dargestellt). An die Messwerte in Bild 9 konnte analog zu Gleichung (7) die Gleichung

$$E_{s0} = A \frac{(a - e)^2}{1 + e} p_a^{1-n} p^n \quad (8)$$

mit $A = 1820$, $a = 2,36$ und $n = 0,40$ angepasst werden (siehe durchgezogene Kurven in Bild 9). Die aus den Gleichungen (7) und (8) ermittelte Querkontraktionszahl ν steigt mit e und nimmt mit p leicht ab ($\nu = 0,14$ für $p = 800$ kPa und $e = 0,56$; $\nu = 0,25$ für $p = 50$ kPa und $e = 0,70$). Die Größenordnung dieser Querkontraktionszahlen erscheint realistisch (vergleiche [16], wo ebenfalls eine Spannungsabhängigkeit von ν gemessen wurde).

Die Bilder 6 bis 9 zeigen Steifigkeiten für isotrope Spannungszustände ($\sigma_1/\sigma_3 = 1$, $q = \sigma_1 - \sigma_3 = 0$). Eine Zunahme der Anisotropie führt jedoch zur Reduktion des Schubmoduls G_0 und zum Anstieg des Steifemoduls E_{s0} . In Triaxialversuchen wurde bei einer Erhöhung des Spannungsverhältnisses σ_1/σ_3 von 1 auf 2,5 im Mittel eine 10 %ige Abnahme von G_0 und ein 15 %iger Zuwachs von E_{s0} gemessen (siehe [17]). Ähnliche Beobachtungen bezüglich $G_0(\sigma_1/\sigma_3)$ sind in [12] zu finden.

3.2 Einfluss der Scherdehnungsamplitude

Bild 10a zeigt die in RC-Versuchen gemessene Abnahme des Schubmoduls mit zunehmender Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} . Die Reduzierung der Steifigkeit mit γ^{ampl} verläuft bei kleineren Drücken schneller. Auch die Zunahme des Dämpfungsgrades D mit γ^{ampl} ist vom Spannungszustand abhängig (Bild 10b). Bei höheren Drücken

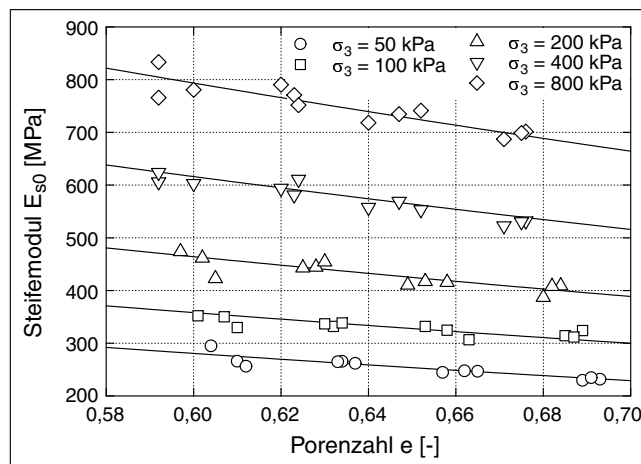


Bild 9: Steifemodul E_{s0} in Abhängigkeit des mittleren Druckes p und der Porenzahl e
 Fig 9: Stiffness E_{s0} in dependence on mean stress p and void ratio e

wurden kleinere Dämpfungen gemessen. In Bild 10b sind die Dämpfungsgrade für $\gamma^{\text{ampl}} < 3 \cdot 10^{-6}$ nicht dargestellt, da sich D in diesem Bereich als Quotient zweier sehr kleiner Größen ergibt (Gleichung (3)) und wenig zuverlässig ist. Bild 11 zeigt, dass der Einfluss der Lagerungsdichte auf die Kurven $G/G_0(\gamma^{\text{ampl}})$ und $D(\gamma^{\text{ampl}})$ vernachlässigbar ist.

Hardin [18] (siehe auch [19]) schlug folgende Beziehung zur Beschreibung der Reduzierung von G mit γ^{ampl} vor:

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma^{\text{ampl}}}{\gamma_r}} \quad (9)$$

Die Referenzscherdehnung γ_r kann dabei mit Hilfe des Schubmoduls bei sehr kleinen Dehnungen G_0 und der Schubspannung im Grenzzustand τ_{max} berechnet werden:

$$\gamma_r = \frac{\tau_{\text{max}}}{G_0} \quad (10)$$

$$\tau_{\text{max}} = \sqrt{\left(\frac{1 + K_0}{2} \sigma_1 \sin \varphi + c \cos \varphi\right)^2 - \left(\frac{1 - K_0}{2} \sigma_1\right)^2} \quad (11)$$

mit der effektiven vertikalen Spannung σ_1 , dem Erdruhedruckbeiwert K_0 und den effektiven Scherparametern c (Kohäsion) und φ (Reibungswinkel). Bei isotropen Spannungen ($K_0 = 1$) und nichtbindigem Boden ($c = 0$) reduziert sich Gleichung (11) zu $\tau_{\text{max}} = \sigma_1 \sin(\varphi)$. Die Abhängigkeit des Reibungswinkels bei maximaler Scherfestigkeit von der Lagerungsdichte $I_D = (e_{\text{max}} - e)/(e_{\text{max}} - e_{\text{min}})$ wurde für den verwendeten Sand (Boden 1, siehe Abschnitt 2.3) in monotonen, dränierten Triaxialversuchen zu $\varphi = 31,2 \exp(0,309 I_D^{1,38})$ bestimmt. Für die in den Bildern 10 und 11 präsentierten Versuche wurde die Referenzscherdehnung γ_r gemäß den

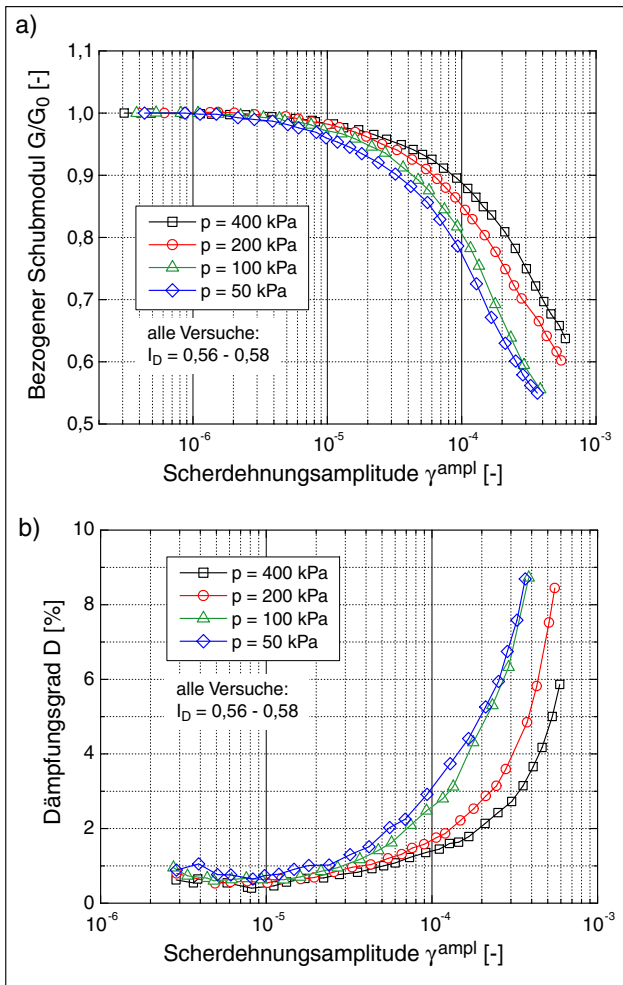


Bild 10: Einfluss des mittleren Druckes p auf die Verläufe a) $G/G_0(\gamma^{ampl})$ und b) $D(\gamma^{ampl})$

Fig 10: Influence of the mean pressure p on the curves a) $G/G_0(\gamma^{ampl})$ and b) $D(\gamma^{ampl})$

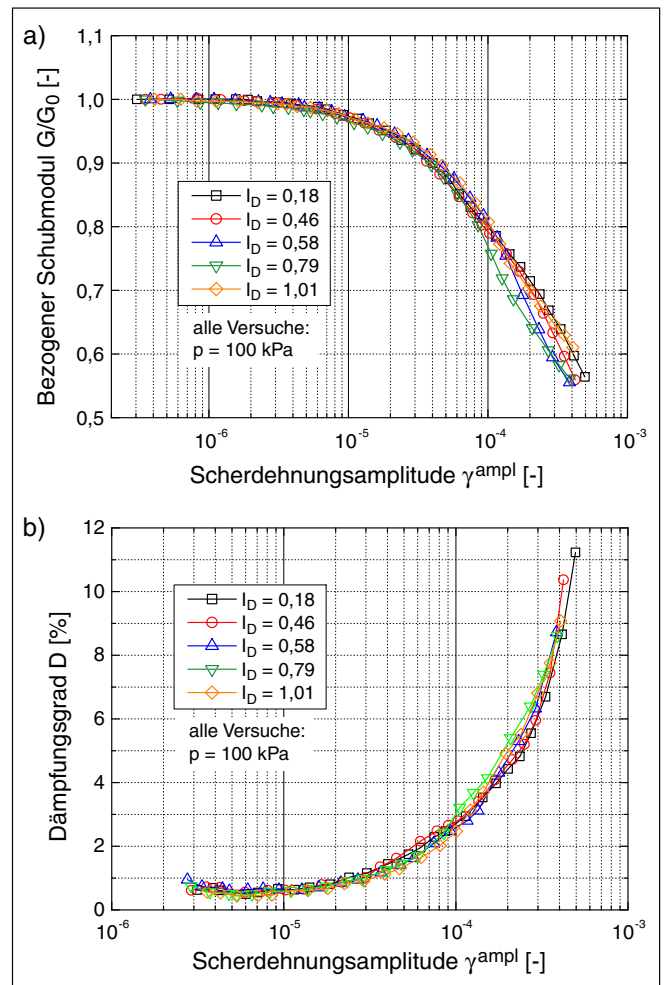


Bild 11: Einfluss der Porenzahl e auf die Verläufe a) $G/G_0(\gamma^{ampl})$ und b) $D(\gamma^{ampl})$

Fig 11: Influence of the void ratio e on the curves a) $G/G_0(\gamma^{ampl})$ and b) $D(\gamma^{ampl})$

Gleichungen (10) und (11) ermittelt. In Bild 12 wurde γ_r benutzt, um die Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} zu normieren. Aus Bild 12 wird offensichtlich, dass Gleichung (9) die gemessenen Kurven gut approximiert. Weitere Modifizierungen der Gleichung (9), wie sie z.B. in [19] beschrieben werden, sind für den hier untersuchten Sand nicht notwendig.

Die bleibenden vertikalen Dehnungen ε_1^{acc} als Funktion der Scherdehnungsamplitude zeigt Bild 13. Während der Übergang vom linear elastischen zum nichtlinear elastischen Materialverhalten bei $\gamma^{ampl} \approx 10^{-5}$ anzusiedeln ist (Bilder 10 und 11), treten permanente Verformungen erst ab $\gamma^{ampl} \approx 10^{-4}$ auf. Diese *Grenzscherdehnung* (siehe [20] oder [21], engl. "threshold shear strain" γ_t) ist relativ unabhängig vom mittleren Druck und von der Porenzahl. Es ist jedoch davon auszugehen, dass es auch für $\gamma^{ampl} < \gamma_t$ bei einer größeren Anzahl von Lastzyklen zu einer Akkumulation bleibender Verformungen kommt [21]. Die Größe der Dehnungen in Bild 13 besitzt wenig Aussagekraft, da sie von der Zeitdauer der Messung bei der jeweiligen Amplitude γ^{ampl} (ca. 20 Se-

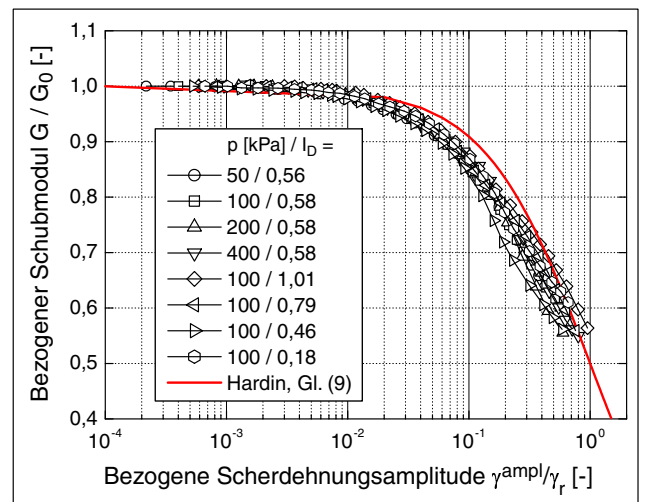


Bild 12: Normierter Schubmoduls G/G_0 aufgetragen über der mit der Grenzscherdehnung normierten Scherdehnungsamplitude γ^{ampl}/γ_r

Fig 12: Normalized shear modulus G/G_0 plotted versus the strain amplitude normalized with the reference amplitude γ^{ampl}/γ_r

kunden) und der Resonanzfrequenz abhängt.

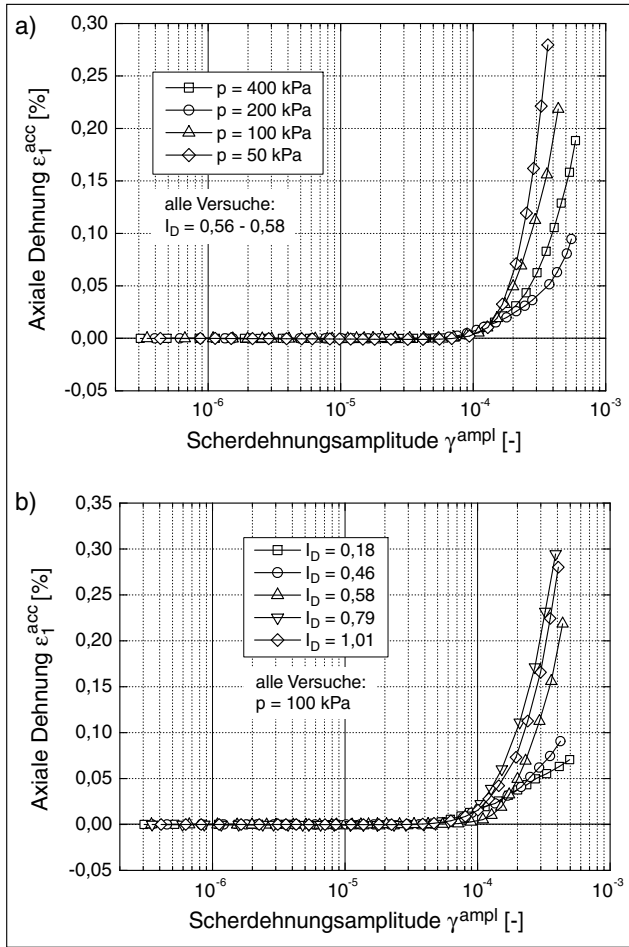


Bild 13: Bleibende vertikale Dehnungen ε_1^{acc} in Abhängigkeit der Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} a) für unterschiedliche mittlere Drücke, b) für unterschiedliche Lagerungsdichten

Fig 13: Permanent vertical strains ε_1^{acc} versus shear strain amplitude γ^{ampl} a) for different mean pressures, b) for different densities

3.3 Einfluss der Zeit

Ein Anstieg der Steifigkeit mit der Zeit unter konstanten Spannungen wurde z.B. in [22–24] berichtet. Bild 14 zeigt RC-Versuche mit variierenden Seitendrücken σ_3 bzw. Anfangslagerungsdichten I_{D0} , in denen die Entwicklung des Schubmoduls G_0 mit der Zeit bei $\sigma_3 = \text{const}$ gemessen wurde. Im halblogarithmischen Maßstab ergeben sich annähernd lineare Kurven, die durch

$$G_0(t) = G_0(t_0) \left\{ 1 + \left[N_G \ln \left(\frac{t}{t_0} \right) \right] \right\} \quad (12)$$

beschrieben werden können. Darin ist $t_0 \neq 0$ eine Bezugszeit, für die üblicherweise $t_0 = 1000 \text{ min}$ [24] angesetzt wird. Aus Bild 14 konnte (relativ unabhängig vom Druck σ_3 und der Lagerungsdichte) ein Steigungsfaktor von $N_G = 0,005$ ermittelt werden, welcher im mittleren Bereich der in [24] angegebenen Werte liegt.

Die Ursache dieser sog. Alterungseffekte (engl. aging) ist bis heute nicht abschließend geklärt. Es werden sowohl mechanische Gründe (Verbesserung der Makro-Verzahnung der Körner bzw. der Mikro-Verzahnung der Kontaktoberflächen) als auch chemische (Zementierung an den Kornkontakten) oder sogar biologische Ursachen (Verklebung der Kornkontakte durch epoxidähnliche Ausscheidungsprodukte von Kleinstlebewesen) vermutet. Einen Überblick über verschiedene Erklärungsansätze findet man in [24].

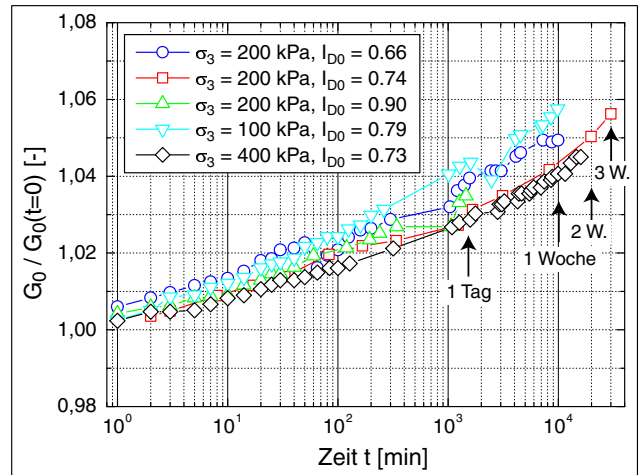


Bild 14: Anstieg des Schubmoduls G_0 mit der Zeit bei konstanten Spannungen (Alterung)

Fig 14: Increase of shear modulus G_0 with time at constant stress (aging)

3.4 Einfluss der Struktur des Korngerüstes (zyklische Vorbelastung)

Es ist bekannt, dass die Verdichtung bzw. die Akkumulation von Porenwasserüberdruck unter einer zyklischen Belastung (dränierter bzw. undränkter Bedingungen) stark durch die Anfangsstruktur des Korngerüstes (Verteilung der Kornkontakte, Orientierung der Kontaktnormalen, Geometrie der Kontakte) beeinflusst wird (u.a. [25–27]). Steifigkeit und Dämpfung sind dagegen relativ unabhängig von der Anfangsstruktur [28].

Eine zyklische Belastung verändert bei ausreichend großer Amplitude die Struktur des Korngerüstes. Ob diese Strukturänderung auch zu einer Veränderung der Steifigkeit bei kleinen Dehnungen führt (der obligatorische Steifigkeitsanstieg infolge Verdichtung ist hier nicht gemeint, Bild 6), ist in der Literatur umstritten. Auf einen Anstieg der Steifigkeit G_0 unter zyklischer Last wurde in [29–31] hingewiesen und auch mikromechanische Überlegungen [32, 33] sprechen dafür. In [34–36] konnte keine signifikante Veränderung der Steifigkeit festgestellt werden und eigene umfangreiche Studien [3, 17] kommen zu einem ähnlichen Ergebnis. Zwei Versuchsserien werden im folgenden daraus vorgestellt.

Bild 15 zeigt die im RC-Versuch gemessenen Schub-

moduli G_0 von Hohlzylinderproben, die zuvor mit einer Amplitude $\gamma_{\text{prestrain}}^{\text{ampl}} = 5 \cdot 10^{-3}$ und unterschiedlichen Zyklenanzahlen $N_{\text{prestrain}}$ vorbelastet wurden (Torsionsbelastung mit einer Frequenz von 0,6 Hz in einer speziellen Vorrichtung außerhalb des RC-Gerätes [3]). Die Schubsteifigkeit G_0 wurde trotz der relativ großen Amplitude $\gamma_{\text{prestrain}}^{\text{ampl}}$ durch die zyklische Belastung kaum verändert. Auch die Verläufe $G/G_0(\gamma^{\text{ampl}})$ und $D(\gamma^{\text{ampl}})$ blieben nahezu unverändert (abgesehen von einer Anomalie im Bereich der Vorbelastungsamplitude [2]).

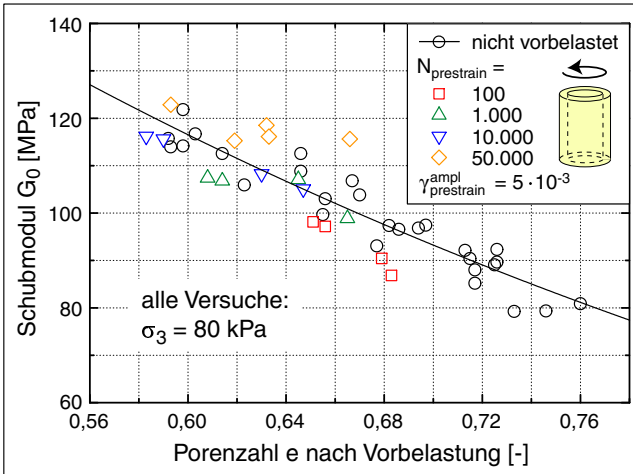


Bild 15: Schubmodul G_0 nach einer zyklischen Torsionsvorbelastung

Fig 15: Shear modulus G_0 after a cyclic torsional pre-loading

Triaxialversuche, in denen die zyklische axiale Belastung (spannungsgesteuert mit der Amplitude σ_1^{ampl} , resultierend in Dehnungsamplituden $\varepsilon_1^{\text{ampl}} > 10^{-4}$) nach bestimmten Zyklenanzahlen für die Messung der Wellengeschwindigkeiten unterbrochen wurde, bestätigten die Ergebnisse der RC-Versuche. Die Triaxialversuche wurden mit unterschiedlichen mittleren Spannungszuständen ($p^{\text{av}}, q^{\text{av}}$), unterschiedlichen Amplituden σ_1^{ampl} und Anfangslagerungsdichten I_{D0} durchgeführt. Obwohl es teilweise zu einer signifikanten Akkumulation von bleibenden Dehnungen kam (Bild 16a), waren kaum Veränderungen der Steifigkeiten E_{s0} (Bild 16b) und G_0 (Bild 16c) zu beobachten. Die Verläufe in den Bildern 16b und 16c wurden um den Steifigkeitsanstieg infolge Verdichtung bereinigt, indem mit der Potenzfunktion $F(e) = (a - e)^2 / (1 + e)$ entsprechend den Gleichungen (7) und (8) normiert wurde.

3.5 Einfluss der Temperatur

Ein Einfluss der Temperatur auf die Steifigkeit und die Dämpfung von trockenem Sand war nicht zu erwarten und konnte auch nicht festgestellt werden (Bild 17). Die Fragestellung der Temperaturabhängigkeit ist interessanter im Fall teilgesättigter Böden (insbesondere bei Überschreiten des Gefrierpunktes [19]) oder bei Böden, deren Porenraum künstlich (z.B. mit Polymeren) aus-

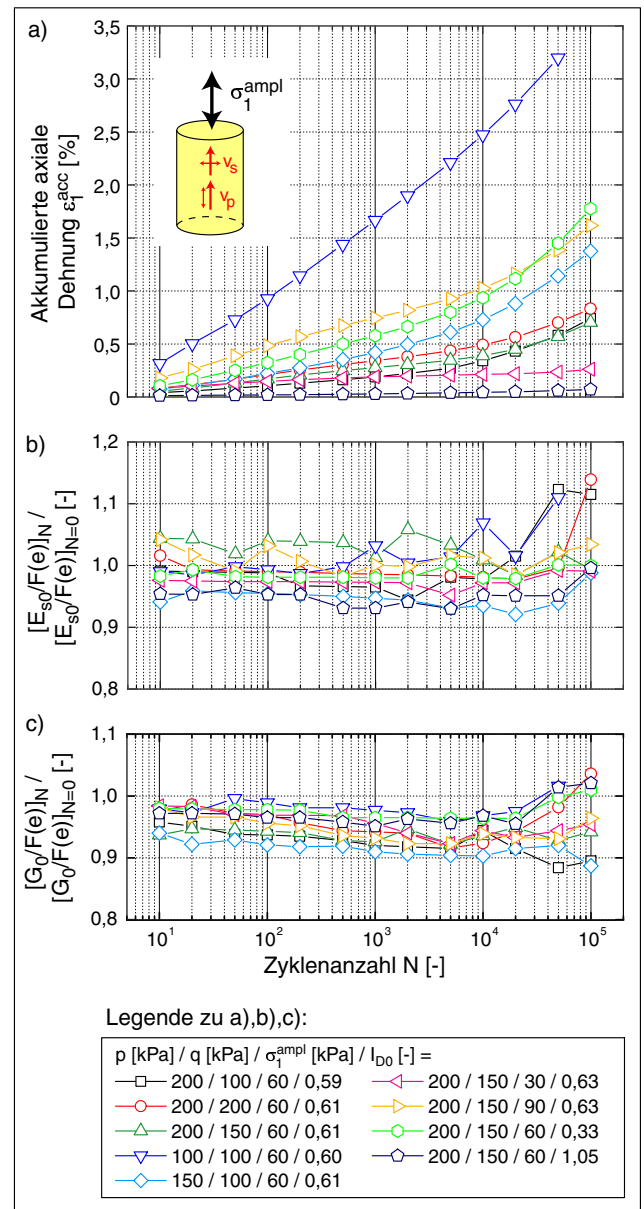


Bild 16: Entwicklung a) der bleibenden vertikalen Dehnung $\varepsilon_1^{\text{acc}}$, b) der Steifigkeit E_{s0} und c) der Schubsteifigkeit G_0 mit der Zyklenanzahl in zyklischen Triaxialversuchen

Fig 16: Development of a) residual vertical strain $\varepsilon_1^{\text{acc}}$, b) stiffness E_{s0} and c) shear stiffness G_0 with the number of cycles in cyclic triaxial tests

gefüllt ist. In diesem Fall ist vor allem eine Veränderung der Dämpfungseigenschaften zu erwarten. Die hier vorgestellten RC-Versuche an trockenem Sand in einer Kühlkammer dienten der Überprüfung der Durchführbarkeit einer Versuchsreihe zum Temperatureinfluss. Die Messungen erfolgten jeweils einen Tag nach dem Einbau der Probe in das Versuchsgerät und der Temperierung der Kühlkammer.

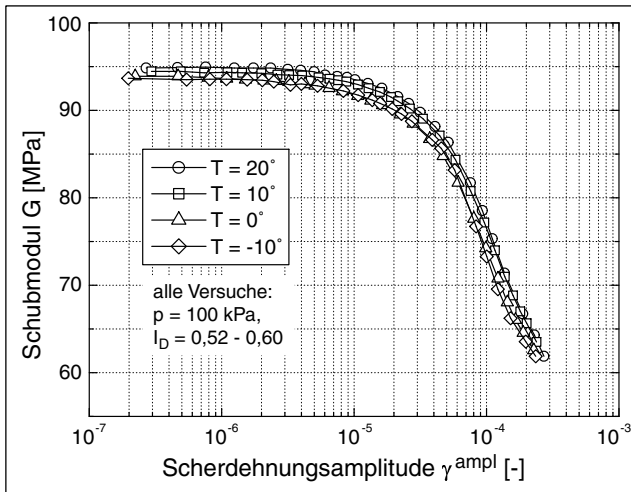


Bild 17: Schubmodul G in Abhängigkeit der Temperatur
 Fig 17: Shear modulus G in dependence on temperature

3.6 Einfluss der Korngrößenverteilung und der Kornform

Für enggestufte Sande ohne Feinanteile wird in [37] berichtet, dass die Schubsteifigkeit G_0 für ein bestimmtes Spannungsniveau p und eine Porenzahl e bei der Ungleichförmigkeit $U = d_{60}/d_{10} \approx \text{konst}$ nicht vom mittleren Korndurchmesser d_{50} abhängt. Mit zunehmender Ungleichförmigkeit und mit ansteigendem Feinanteil wurde eine Abnahme von G_0 beobachtet, während die Materialdämpfung weniger stark beeinflusst wurde [37]. Die Kornform wirkt sich ebenfalls auf die Schubsteifigkeit aus. Ihr Einfluss ist jedoch zumindest für kleinere Drücke $p < 200$ kPa eher gering (siehe Empfehlungen des Arbeitskreises "Baugrunddynamik" [15], Bild 7).

Zur Untersuchung des Einflusses der Korngrößenverteilung wurden RC - Versuche an Sand bzw. Kies mit identischer Kornform durchgeführt. Ergänzend zu Boden 1 wurden die Böden 2 bis 4 entsprechend Bild 5 und Tabelle 1 getestet. Sämtliche Böden enthielten keine Feinanteile. Die Versuche bestätigten, dass die Schubsteifigkeit bei annähernd identischer Ungleichförmigkeit nicht von d_{50} abhängt (Böden 1 bis 3, Bild 18). Der ungleichförmige Boden 4 ($U = 4,5$) weist bei gleichen Spannungen und identischer Porenzahl hingegen eine geringere Schubsteifigkeit als die gleichförmigen Böden 1 bis 3 ($U = 1,3 \div 1,8$) auf. Die Versuche zeigten weiterhin, dass die Abnahme der Schubsteifigkeit bzw. die Zunahme des Dämpfungsgrades mit der Scherdehnungsamplitude mit zunehmender Ungleichförmigkeit des Bodens schneller verläuft. Bei gleichem U hängt der Verlauf der Kurven $G/G_0(\gamma^{\text{ampl}})$ und $D(\gamma)$ nur wenig von d_{50} ab.

4 Zusammenfassung

Dieser Aufsatz gibt einen Überblick über den Einfluss diverser Parameter auf die Steifigkeit und die Materialdämpfung von Sand bei kleinen Dehnungen. Im einzelnen konnten aus den Resonant Column (RC) Versuchen und den Triaxialversuchen mit Messungen der

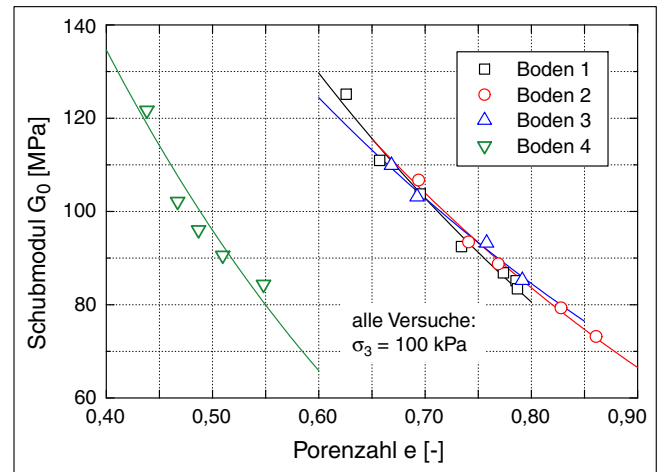


Bild 18: Schubmodul G_0 als Funktion der Porenzahl e für unterschiedliche Korngrößenverteilungen
 Fig 18: Shear modulus G_0 as a function of void ratio e for different grain size distributions

Kompressions- und Scherwellengeschwindigkeit die folgenden Schlüsse gezogen werden:

- Der Anstieg der Steifigkeit $G_0 = G(\gamma^{\text{ampl}} < 10^{-6})$ mit zunehmendem mittleren Druck p und abnehmender Porenzahl e kann durch Gleichung (7) gut beschrieben werden.
- Die Übereinstimmung der Messwerte $G_0(p, e)$ mit den Formeln in den Empfehlungen des Arbeitskreises "Baugrunddynamik" der DGGT ist zufriedenstellend.
- Der RC-Versuch und die Messung der Scherwellengeschwindigkeit mit den piezoelektrischen Elementen in der Triaxialzelle liefern annähernd identische Werte für G_0 .
- Die Steifigkeiten $E_{s0}(p, e)$ lassen sich analog zu Gleichung (7) mit Gleichung (8) beschreiben.
- Die aus $G_0(p, e)$ und $E_{s0}(p, e)$ ermittelten Querkontraktionszahlen ν sind druck- und porenzahlabhängig und liegen für die untersuchten Drücke ($50 \text{ kPa} \leq p \leq 800 \text{ kPa}$) und Porenzahlen ($0,56 \leq e \leq 0,70$) im Bereich $0,14 \leq \nu \leq 0,25$.
- Die Abnahme des Schubmoduls G mit der Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} verläuft für niedrige Drücke schneller und ist relativ unabhängig von der Porenzahl e . Die Verläufe $G/G_0(\gamma^{\text{ampl}})$ lassen sich durch Gleichung (9) gut approximieren. Der Anstieg des Dämpfungsgrades D mit γ^{ampl} ist bei niedrigen Drücken schneller und ebenfalls kaum von e beeinflusst.
- Der Übergang vom linear elastischen zum nichtlinear elastischen Materialverhalten ist bei $\gamma^{\text{ampl}} \approx 10^{-5}$ zu finden. Irreversible vertikale Dehnungen

der Proben treten ab $\gamma^{\text{ampl}} \approx 10^{-4}$ auf. Diese *Grenzscherdehnung* ist relativ unabhängig vom Druck p und der Lagerungsdichte I_D .

- Die Schubsteifigkeit steigt bei konstanten Spannungen in etwa logarithmisch mit der Zeit (Alterung, engl. "aging"). Der Steigungsfaktor der Verläufe $G_0(\ln t)$ ist relativ unabhängig vom Spannungsniveau und der Lagerungsdichte.
- Die Anfangsstruktur des Korngerüstes (Probenpräparationsmethode) besitzt keinen Einfluss auf die Steifigkeit und die Dämpfung. Die Veränderung der Steifigkeit durch Änderungen der Struktur bei zyklischer Belastung ist ebenfalls vernachlässigbar klein.
- Die Temperatur besitzt im Fall von trockenem Sand keinen Einfluss auf G und D .
- Bei identischer Kornform und gleicher Ungleichförmigkeit $U = d_{60}/d_{10}$ der Kornverteilungskurve sind die Schubsteifigkeit G_0 und die Kurven $G/G_0(\gamma^{\text{ampl}})$ und $D(\gamma^{\text{ampl}})$ unabhängig vom mittleren Korndurchmesser d_{50} . Mit zunehmender Ungleichförmigkeit sinkt G_0 und die Abnahme der Schubsteifigkeit bzw. die Zunahme des Dämpfungsgrades mit γ^{ampl} verläuft schneller.
- Proben mit vollem und Ringquerschnitt liefern im RC-Versuch in etwa gleiche Werte für G und D , d.h. die Homogenität der Scherdehnungsverteilung über den Probenquerschnitt spielt eine untergeordnete Rolle.

Danksagung

Teile der in diesem Aufsatz vorgestellten Versuche wurden im Rahmen des Teilprojektes A8 "Einfluss der Strukturveränderung im Boden auf die Lebensdauer von Bauwerken" des Sonderforschungsbereiches SFB 398 "Lebensdauerorientierte Entwurfskonzepte unter Schädigungs- und Deteriorationsaspekten" der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) durchgeführt. Andere Versuchsreihen waren Teil des Projektes "Analytical and Numerical Studies on Microstructure Effects of the Response of Elastic Solids and Structures" im IKYDA - Programm des Deutschen Akademischen Austauschdienstes (DAAD). An dieser Stelle wird der DFG und dem DAAD für die finanzielle Unterstützung gedankt.

Literatur

- [1] T. Wichtmann, A. Niemunis, and T. Triantafyllidis. Setzungsakkumulation in nichtbindigen Böden unter hochzyklischer Belastung. *Bautechnik*, 82(1):18–27, 2005.
- [2] T. Wichtmann, T. Sonntag, and T. Triantafyllidis. Über das Erinnerungsvermögen von Sand unter zyklischer Belastung. *Bautechnik*, 78(12):852–865, 2001.
- [3] T. Wichtmann and Th. Triantafyllidis. Influence of a cyclic and dynamic loading history on dynamic properties of dry sand, part I: cyclic and dynamic torsional prestraining. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 24(2):127–147, 2004.
- [4] F.V. Lawrence. Propagation of ultrasonic waves through sand. Technical Report R63-8, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1963.
- [5] D.J. Shirley and A.L. Anderson. Acoustical and engineering properties of sediments. Technical Report ARL-TR-75-58, University of Texas, Austin, 1975.
- [6] I. Sanchez-Salinerio, J.M. Roesset, and K.H. II. Stokoe. Analytical studies of body wave propagation and attenuation. Technical Report GR86-15, University of Texas, Austin, 1986.
- [7] G. Viggiani and J.H. Atkinson. Interpretation of bender elements tests. *Géotechnique*, 45(1):149–154, 1995.
- [8] G.M. Brignoli, M. Gotti, and K.H. II. Stokoe. Measurement of shear waves in laboratory specimens by means of piezoelectric transducers. *Geotechnical Testing Journal, ASCE*, 19(4):384–397, 1996.
- [9] R. Arulnathan, R.W. Boulanger, and M.F. Riemer. Analysis of bender elements tests. *Geotechnical Testing Journal, ASCE*, 21(2):120–131, 1998.
- [10] R. Dyvik and C. Madshus. Laboratory measurements of G_{max} using bender elements. Technical report, ASCE Convention, Detroit, Michigan, 1985.
- [11] B.O. Hardin and W.L. Black. Sand stiffness under various triaxial stresses. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 92(SM2):27–42, 1966.
- [12] P. Yu and F.E. Richart Jr. Stress ratio effects on shear modulus of dry sands. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 110(3):331–345, 1984.
- [13] H. Hertz. Über die Berührung fester elastischer Körper. *Journal reine und angewandte Mathematik*, 92:156–171, 1881.
- [14] J.D. Goddard. Nonlinear elasticity and pressure-dependent wave speeds in granular media. *Proceedings of the Royal Society London*, 430:105–131, 1990.
- [15] *Empfehlungen des Arbeitskreises 1.4 "Baugrunderdynamik" der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik e. V. (DGGT)*, 2001.
- [16] R. Bellotti, M. Jamiolkowski, D.C.F. Lo Presti, and D.A. O'Neill. Anisotropy of small strain stiffness in Ticino sand. *Géotechnique*, 46(1):115–131, 1996.

- [17] T. Wichtmann and Th. Triantafyllidis. Influence of a cyclic and dynamic loading history on dynamic properties of dry sand, part II: cyclic axial preloading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 24(11):789–803, 2004.
- [18] B.O. Hardin and V.P. Drnevich. Shear modulus and damping in soils: design equations and curves. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 98(SM7):667–692, 1972.
- [19] W. Haupt. *Bodendynamik*. Vieweg und Sohn, Braunschweig / Wiesbaden, 1986.
- [20] R. Dobry, R.S. Ladd, F.Y. Yokel, R.M. Chung, and D. Powell. Prediction of pore pressure buildup and liquefaction of sands during earthquakes by the cyclic strain method. Technical Report 138, U.S. Department of Commerce, National bureau of standards, 1982. NBS Building science series.
- [21] M. Vucetic. Cyclic threshold shear strains in soils. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 120(12):2208–2228, 1994.
- [22] S.S. Afifi and R.D. Woods. Long-term pressure effects on shear modulus of soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 97(SM10):1445–1460, 1971.
- [23] S.S. Afifi and Jr. Richart, F.E. Stress-history effects on shear modulus of soils. *Soils and Foundations*, 13(1):77–95, 1973.
- [24] C.D.P. Baxter. *An experimental study on the aging of sands*. PhD thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, July 1999.
- [25] R.S. Ladd. Specimen preparation and liquefaction of sands. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 100(GT10):1180–1184, 1974.
- [26] J.P. Mulilis, H.B. Seed, C.K. Chan, J.K. Mitchell, and K. Arulanandan. Effects of sample preparation on sand liquefaction. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 103(GT2):91–108, 1977.
- [27] D. Porcino, G. Ciccì, and V.N. Ghionna. Laboratory investigation of the undrained cyclic behaviour of a natural coarse sand from undisturbed and reconstituted samples. In T. Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04*, pages 187–192. Balkema, Rotterdam, 2004.
- [28] F. Tatsuoka, T. Iwasaki, S. Yoshida, S. Fukushima, and H. Sudo. Shear modulus and damping by drained tests on clean sand specimen reconstituted by various methods. *Soils and Foundations*, 19(1):39–54, 1979.
- [29] F.E.Jr. Richart, J.R.Jr. Hall, and R.D. Woods. *Vibrations of Soils and Foundations*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.
- [30] V.P. Drnevich and F.E. Richart. Dynamic prestraining of dry sand. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 96(SM2):453–467, 1970.
- [31] C.K. Shen, X.S. Li, and Y.Z. Gu. Microcomputer based free torsional vibration test. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 111(8):971–986, 1985.
- [32] Th. Triantafyllidis and A. Niemunis. Offene Fragen zur Modellierung des zyklischen Verhaltens von nichtbindigen Böden. In *Beiträge zum Workshop: Boden unter fast zyklischer Belastung: Erfahrungen und Forschungsergebnisse*, pages 109–134, 2000. Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 32.
- [33] T. Triantafyllidis, T. Wichtmann, and A. Niemunis. On the determination of cyclic strain history. In Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04, Bochum*, pages 321–332. Balkema, 31 March - 02 April 2004.
- [34] D.C.F. Lo Presti, O. Pallara, R. Lancellotta, M. Armandi, and R. Maniscalco. Monotonic and cyclic loading behaviour of two sands at small strains. *Geotechnical Testing Journal, ASCE*, (4):409–424, 1993.
- [35] S. Teachavoransinskun, F. Tatsuoka, and D.C.F. Lo Presti. Effects of cyclic prestraining on dilatancy characteristics and liquefaction of sand. In Shibuya, Mitachi, and Miura, editors, *Pre-failure deformation of geomaterials*, pages 75–80, 1994.
- [36] X.S. Li, W.L. Yang, C.K. Chen, and W.C. Wang. Energy-injecting virtual mass resonant column system. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 124(5):428–438, 1998.
- [37] T. Iwasaki and F. Tatsuoka. Effects of grain size and grading on dynamic shear moduli of sands. *Soils and Foundations*, 17(3):19–35, 1977.

Autoren dieses Beitrages:

Dipl.-Ing. Torsten Wichtmann, Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Theodor Triantafyllidis, Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Universitätsstraße 150, 44780 Bochum