

Torsten Wichtmann
Theodor Triantafyllidis

Über die Korrelation der ödometrischen und der "dynamischen" Steifigkeit nichtbindiger Böden

Der "dynamische" Schubmodul G_{dyn} des Bodens, d.h. die Sekantensteifigkeit der Schubspannungs-Scherdehnungs-Hysterese bei sehr kleinen Dehnungamplituden, wird häufig mit Hilfe eines Diagramms abgeschätzt, welches den dynamischen Steifemodul $E_{s,\text{dyn}}$ mit dem Steifemodul E_s bei ödometrischer Kompression (Erstbelastung) korreliert. Die Anwendungsvoraussetzungen und -grenzen dieser Korrelation sind jedoch nicht klar. Im Rahmen dieses Beitrags wird die Korrelation $E_s \leftrightarrow E_{s,\text{dyn}}$ für vier Sande mit unterschiedlichen Korngrößenverteilungskurven überprüft. Zu diesem Zweck wurden Ödometerversuche und Messungen der Kompressionswellengeschwindigkeit in einer Triaxialzelle durchgeführt. Zum Teil ergaben sich deutliche Abweichungen der Messwerte vom bisher verwendeten Korrelationsansatz. Auf der Basis der Wellenmessungen und ergänzender Resonant-Column-Versuche diskutiert dieser Beitrag weiterhin die "dynamische" Querdehnzahl ν und gibt eine modifizierte Korrelation $E_s \leftrightarrow G_{\text{dyn}}$ an.

On the correlation of the oedometric and the "dynamic" stiffness of non-cohesive soils.

The "dynamic" shear modulus G_{dyn} of the soil, i.e. the secant stiffness of the shear stress - shear strain - hysteresis at very small strain amplitudes is often estimated by means of a diagram correlating the dynamic constrained elastic modulus $E_{s,\text{dyn}}$ with the oedometric stiffness E_s for first loading. However, the assumptions and limits of this correlation are not clear. In the context of this paper the correlation $E_s \leftrightarrow E_{s,\text{dyn}}$ is checked for four sands with different grain size distribution curves. For this purpose tests with oedometric compression and measurements of the compression wave velocity in a triaxial cell were performed. Partially, significant deviations of the measured data from the correlation approach actually used were obtained. On the basis of the wave velocity measurements and supplementing resonant column tests this paper also discusses the "dynamic" Poisson's ratio ν and presents a modified correlation $E_s \leftrightarrow G_{\text{dyn}}$.

1 Einleitung

Im Fall einer zyklisch (quasi-statisch oder dynamisch) belasteten Gründung ist sowohl das Kurz- als auch das Langzeitverhalten zu untersuchen. Das Langzeitver-

halten (u.a. Akkumulation von Verformungen) wurde u.a. in [1], [2] thematisiert. Dieser Beitrag widmet sich dem Kurzzeitverhalten, bei dem die Bodeneigenschaften im betrachteten Zeitausschnitt als unveränderlich angenommen werden. Für die Analyse des Kurzzeitverhaltens wird der Boden oft durch Federn und Dämpfer approximiert (z.B. [3], [4], [5]). In die Feder- und Dämpferparameter geht die Schubsteifigkeit G und die Querdehnzahl ν des Bodens ein. Da es sich um zyklische Belastungen handelt, ist für G die Sekantensteifigkeit G_{sec} der Schubspannungs-Scherdehnungshysterese (Bild 1a) einzusetzen.

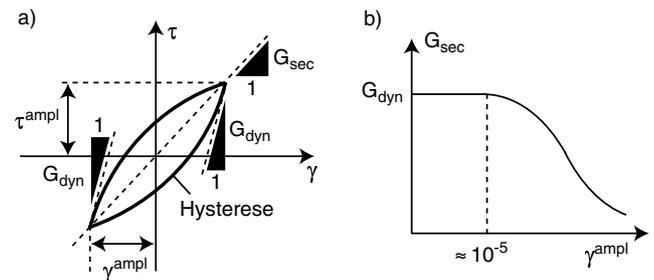


Fig. 1: a) Definition der Sekantenschubsteifigkeit G_{sec} der τ - γ -Hysterese, b) Abnahme von G_{sec} vom Maximalwert G_{dyn} mit zunehmender Scherdehnungamplitude γ^{ampl}

Fig. 1: a) Definition of the secant shear stiffness G_{sec} of the τ - γ -hysteresis, b) Decrease of G_{sec} from its maximum value G_{dyn} with increasing shear strain amplitude γ^{ampl}

Diese Sekantensteifigkeit G_{sec} ist bei nichtbindigen Böden bis zu einer Scherdehnungamplitude von ca. $\gamma^{\text{ampl}} = 10^{-5}$ konstant und nimmt für größere Amplituden mit zunehmendem γ^{ampl} ab (Bild 1b). Der Maximalwert G_{dyn} bei sehr kleinen Scherdehnungamplituden wird oft als "dynamischer" Schubmodul bezeichnet. Diese Terminologie ist im Grunde genommen irreführend, da die Sekantensteifigkeit G_{sec} nicht von der Frequenz abhängt, mit der die Spannungs-Dehnungs-Hysterese durchlaufen wird. In diesem Beitrag soll jedoch die dem Leser vertraute Bezeichnung beibehalten und von einer "dynamischen" Steifigkeit gesprochen werden. Im Fall sehr kleiner Scherdehnungamplituden $\gamma^{\text{ampl}} < 10^{-5}$ kann direkt G_{dyn} in die Gleichungen für die Feder- bzw. Dämpferparameter eingesetzt werden. Bei größeren Amplituden ist eine Abminderung dieses Maximalwertes mit einem Faktor

$G_{\text{sec}}/G_{\text{dyn}}$ vorzunehmen [6], [7].

Der dynamische Schubmodul G_{dyn} nichtbindiger Böden kann auf verschiedene Weisen mit jeweils unterschiedlich hohem Aufwand bestimmt werden:

1. In-situ-Messungen der Scherwellengeschwindigkeit $v_s = \sqrt{G_{\text{dyn}}/\rho}$, wobei ρ die Dichte des Bodens ist.
2. Laborversuche (z.B. Resonant-Column-Versuche oder Messungen der Scherwellengeschwindigkeit in einer Triaxialzelle mit Hilfe piezoelektrischer Elemente). Bei im Labor rekonstituierten Proben werden die in-situ-Struktur des Korngerüsts und Alterungseffekte nicht reproduziert, so dass der in-situ-Wert von G_{dyn} durch die Laborversuche zumeist unterschätzt wird. Ob eine aufwendigere Probenentnahme mittels Gefrierverfahren die Struktur des Korngerüsts bewahrt, ist umstritten.
3. Abschätzung von G_{dyn} mit Hilfe überschlägiger Tabellenwerte (z.B. aus Tabellen in [4]). Die Bandbreite dieser tabellierten Steifigkeiten ist groß. Da keine Aussagen zum Spannungsniveau getroffen werden, ist von einer Verwendung dieser Schätzwerte dringend abzuraten.
4. Abschätzung von G_{dyn} aus geschlossenen Formeln, z.B. nach Hardin [8], [9]:

$$G_{\text{dyn}}[\text{MPa}] = A \frac{(a - e)^2}{1 + e} (p[\text{kPa}])^n \quad (1)$$

Darin ist e die Porenzahl und p der mittlere Druck. Die Konstanten A , a und n hängen von der Kornform ab. Gleichung (1) liefert für Sande mit einer gleichförmigen Korngrößenverteilungskurve akzeptable Werte [7]. Für ungleichförmige Sande sollte Gleichung (1) nicht angewandt werden, da sie die deren Sekantensteifigkeit um bis zu 100 % überschätzt [10].

5. Verwendung des Diagramms in Bild 2 (nach [11], [4]), welches das Verhältnis $E_{s,\text{dyn}}/E_s$ als Funktion von E_s zeigt. Dabei ist $E_{s,\text{dyn}}$ der dynamische Steifemodul und E_s der Steifemodul bei ödometrischer Kompression (Erstbelastung). Mit Hilfe von E_s kann aus Bild 2 also $E_{s,\text{dyn}}/E_s$ abgelesen werden. Mit einer geschätzten Querdehnzahl ν erhält man aus $E_{s,\text{dyn}}$ den dynamischen Schubmodul G_{dyn} :

$$G_{\text{dyn}} = E_{s,\text{dyn}} \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{2(1 - \nu^2)} \quad (2)$$

Diese Methode wird oft angewandt, da für viele in-situ Böden Erfahrungswerte für E_s vorliegen bzw. eine Bestimmung von E_s im Labor wesentlich einfacher und kostengünstiger erfolgen kann als ein Versuch zur Ermittlung von G_{dyn} .

Das Diagramm in Bild 2 gibt obere und untere Grenzen für das Verhältnis $E_{s,\text{dyn}}/E_s$ an.

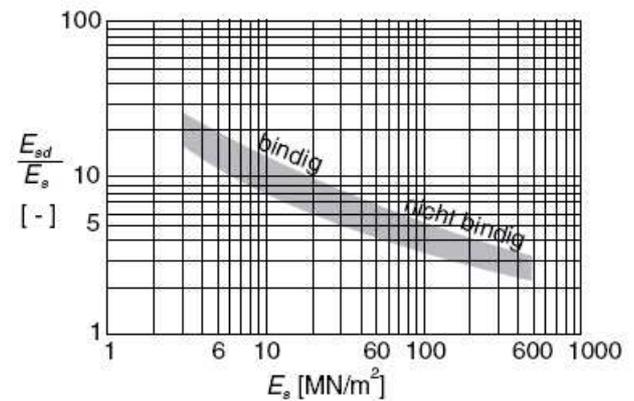


Fig. 2: Verhältnis $E_{s,\text{dyn}}/E_s$ in Abhängigkeit von E_s nach [11], [4]

Fig. 2: Ratio $E_{s,\text{dyn}}/E_s$ in dependence on E_s after [11], [4]

In [4] bleibt jedoch unklar, für welche Spannungen, Lagerungsdichten, Kornformen und Korngrößenverteilungskurven diese Grenzlinien ermittelt wurden. Eine Verwendung von Bild 2 ist somit stets mit der Gefahr verbunden, dass man sich außerhalb der Gültigkeitsgrenzen des Korrelationsdiagramms befindet.

Ziel dieses Beitrags ist die Überprüfung der letztgenannten Möglichkeit, d.h. der Abschätzung von G_{dyn} mit Hilfe des Diagramms in Bild 2. Dazu wurden verschiedene Laborversuche an vier Sanden mit unterschiedlichen Korngrößenverteilungskurven durchgeführt:

- Versuche mit ödometrischer Kompression
- Triaxialversuche zur Ermittlung des Peak-Reibungswinkels φ_P (benötigt zur Abschätzung des Seitendruckbeiwertes im Ödometer nach der Jaky-Formel $K_0 = 1 - \sin \varphi$)
- Messungen der Kompressionswellengeschwindigkeit $v_P = \sqrt{E_{s,\text{dyn}}/\rho}$ in einer Triaxialzelle mit Hilfe piezoelektrischer Elemente
- Resonant-Column-Versuche zur Ermittlung von G_{dyn}

Die Ergebnisse werden im folgenden dargestellt und hinsichtlich einer Korrelation $E_{s,\text{dyn}} \leftrightarrow E_s$ bzw. $G_{\text{dyn}} \leftrightarrow E_s$ diskutiert.

2 Testmaterial

Die Korngrößenverteilungskurven der vier getesteten Sande sind im Bild 3 dargestellt. Dabei handelt es sich um drei enggestufte Böden im Feinsand- bis Feinkiesbereich sowie einen weitgestuften Sand. Tabelle 1 fasst die mittleren Korndurchmesser d_{50} und die Ungleichförmigkeitszahlen $U = d_{60}/d_{10}$ sowie die Porenzahlen e_{max} und e_{min} bei lockerster und dichtester Lagerung der Testmaterialien zusammen.

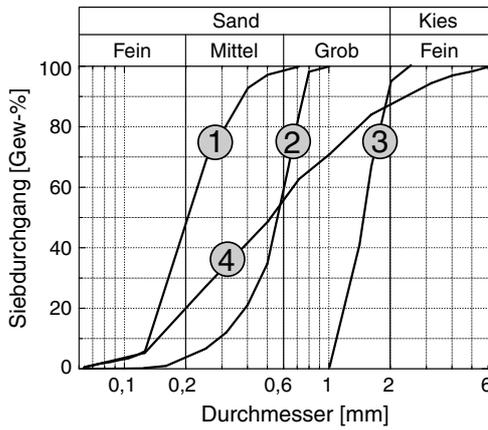


Fig. 3: Korngrößenverteilungskurven der vier getesteten Sande

Fig. 3: Grain size distribution curves of the four tested sands

Sand	d_{50} [mm]	U [-]	e_{min} [-]	e_{max} [-]
1	0,21	2,0	0,575	0,908
2	0,55	1,8	0,577	0,874
3	1,45	1,4	0,623	0,886
4	0,52	4,5	0,422	0,691

Table 1: Mittlerer Korndurchmesser d_{50} , Ungleichförmigkeit $U = d_{60}/d_{10}$, minimale (e_{min}) und maximale (e_{max}) Porenzahlen nach DIN 18126 für die vier getesteten Sande
Tab. 1: Mean grain diameter d_{50} , non-uniformity index $U = d_{60}/d_{10}$, minimum (e_{min}) and maximum (e_{max}) void ratios according to DIN 18126 for the four tested sands

3 Triaxialversuche zur Bestimmung des Peak-Reibungswinkels φ_P

Bei der Auswertung der im Abschnitt 4 diskutierten Ödometerversuche wurde die seitliche Spannung σ_3 aus der vertikalen Spannung σ_1 entsprechend $\sigma_3 = K_0 \sigma_1$ berechnet. Der Seitendruckbeiwert wurde nach Jaky zu $K_0 = 1 - \sin \varphi_P$ angesetzt.

Der von der Lagerungsdichte I_D bzw. der Porenzahl e abhängige Peak-Reibungswinkel φ_P wurde in Versuchen mit triaxialer Kompression bestimmt. Für jeden der vier Sande wurden Versuchsreihen mit unterschiedlichen Anfangslagerungsdichten I_{D0} durchgeführt. Innerhalb jeder Versuchsreihe wurden die Seitenspannungen $\sigma_3 = 50, 100$ und 200 kPa getestet. Bild 4 zeigt die gemessenen Peak-Spannungszustände in der p - q -Ebene, wobei $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$ der mittlere Druck und $q = \sigma_1 - \sigma_3$ die Deviatorspannung ist. Die Neigung der Geraden durch den Ursprung und diese Peak-Spannungszustände beträgt $M_c(\varphi_P) = 6 \sin \varphi_P / (3 - \sin \varphi_P)$, woraus φ_P berechnet werden kann. In Bild 5 ist φ_P für die vier Sande als Funktion der im Hochpunkt der q - ε_1 -Kurve gemessenen Porenzahl ("Peak-Porenzahl") e_P dargestellt. Unter der Annahme, dass für $e = e_{max}$ näherungsweise $\varphi_P \approx \varphi_c$ mit dem kritischen

Reibungswinkel φ_c gilt, wurde die Funktion

$$\varphi_P = \varphi_c \exp(a_\varphi (e_{max} - e_P)^{b_\varphi}) \quad (3)$$

an die Messdaten angepasst. Die Konstanten a_φ und b_φ wurden in Tabelle 2 zusammengestellt. Die angegebenen kritischen Reibungswinkel φ_c wurden als Mittelwerte aus mehreren Schüttkegelversuchen bestimmt.

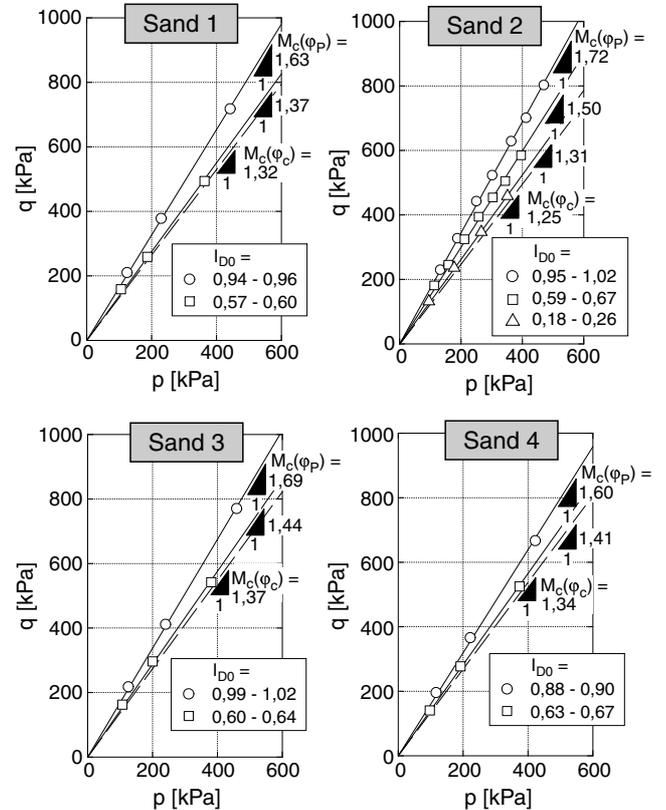


Fig. 4: Peak-Spannungszustände in der p - q -Ebene für die vier getesteten Sande und unterschiedliche Anfangslagerungsdichten I_{D0}

Fig. 4: Peak stress states in the p - q -plane for the four tested sands and different initial densities I_{D0}

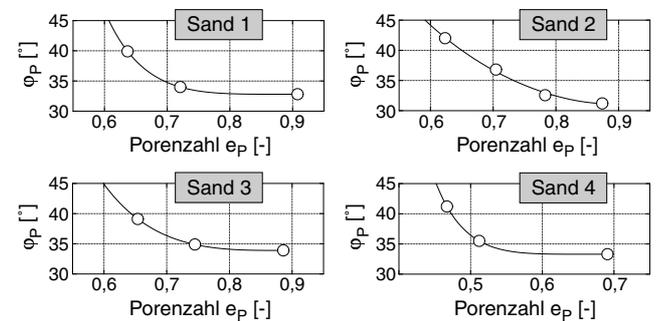


Fig. 5: Peak-Reibungswinkel φ_P in Abhängigkeit der Porenzahl im Peak e_P für die vier getesteten Sande, Anpassung der Gleichung (3)

Fig. 5: Peak friction angle φ_P in dependence on peak void ratio e_P for the four tested sands, fitting of Eq. (3)

Sand	φ_c [°]	a_φ [-]	b_φ [-]
1	32,8	78,9	4,6
2	31,2	3,0	1,7
3	33,9	16,1	3,2
4	33,3	648	5,4

Table 2: Kritischer Reibungswinkel φ_c , Konstanten a_φ und b_φ in Gleichung (3)

Tab. 2: Critical friction angle φ_c , constants a_φ and b_φ in Eq. (3)

4 Steifemodul E_s bei ödometrischer Kompression

Für die Ödometerversuche wurde aufgrund der besseren Reproduzierbarkeit der Ergebnisse für nichtbindige Böden anstelle des Standard-Ödometers (Probendurchmesser $d = 7$ cm, Probenhöhe $h = 2$ cm) ein größerer Ödometertopf ($d = 28$ cm, $h = 8$ cm) verwendet (Bild 6). Das Verhältnis $d/h = 3,5$ entspricht dem des Standard-Ödometers. Es handelt sich um ein Versuchsgerät mit feststehendem Ring. Versuche mit Sand 1 zeigten, dass beide Ödometer gleiche Ergebnisse liefern. Deren Streuung ist beim größeren Ödometertopf und insbesondere bei grobkörnigen Sanden jedoch wesentlich geringer. Die axiale Spannung σ_1 wurde über ein pneumatisches Belastungssystem und einen vertikal kugellagergeführten Laststempel auf die Probe aufgegeben. Mit Hilfe eines Wegaufnehmers wurde die axiale Stauchung Δh der Probe ermittelt. Die seitliche Spannung wurde nicht gemessen. Zu ihrer Abschätzung siehe Abschnitt 3.

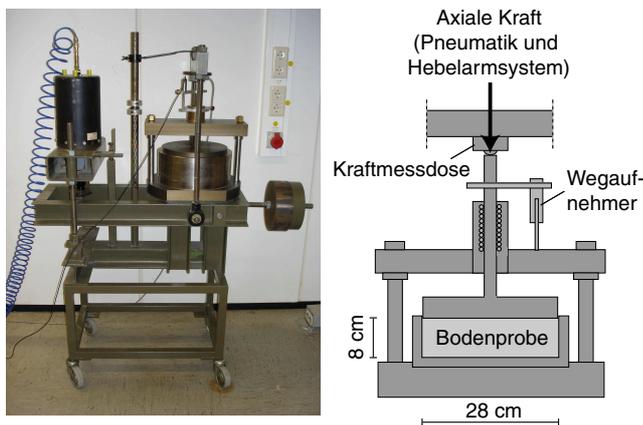


Fig. 6: Versuchsgerät für die ödometrische Kompression ($d = 28,0$ cm, $h = 8$ cm)

Fig. 6: Test device for oedometric compression ($d = 28.0$ cm, $h = 8$ cm)

Für jeden Sand wurden Versuche mit unterschiedlichen Anfangslagerungsdichten I_{D0} durchgeführt. Die axiale Spannung wurde jeweils in 15 Laststufen bis auf $\sigma_1 = 800$ kPa erhöht. Die Reduktion der Porenzahl e mit dem mittleren Druck $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$ zeigt

das Bild 7 exemplarisch für anfangs lockere und dichte Proben.

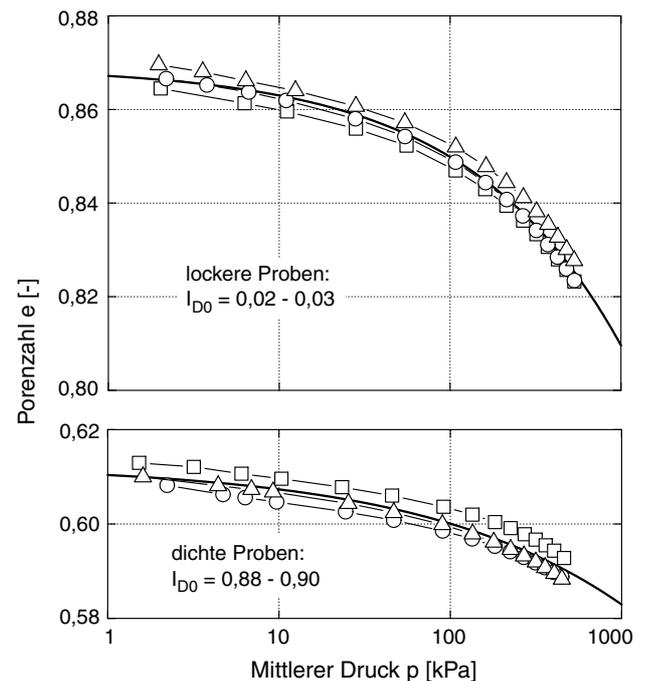


Fig. 7: Reduktion der Porenzahl e mit dem mittleren Druck p in Ödometerversuchen an Sand 2

Fig. 7: Reduction of void ratio e with mean pressure p in oedometric tests on sand 2

Für eine bestimmte Laststufe wird der Steifemodul E_s als Sekantenmodul aus dem Inkrement der axialen Spannung $\Delta\sigma_1$, der Porenzahländerung Δe innerhalb der Laststufe und der Porenzahl e_0 am Anfang der Laststufe berechnet [12]:

$$E_s = \frac{\Delta\sigma_1}{\Delta e} (1 + e_0) \tag{4}$$

Dies entspricht $E_s = \Delta\sigma_1/\Delta\varepsilon_1$, wenn bei der Berechnung des Inkrements der axialen Dehnung $\Delta\varepsilon_1$ die Höhenänderung Δh innerhalb der Laststufe auf die Anfangshöhe der Laststufe h_0 bezogen wird.

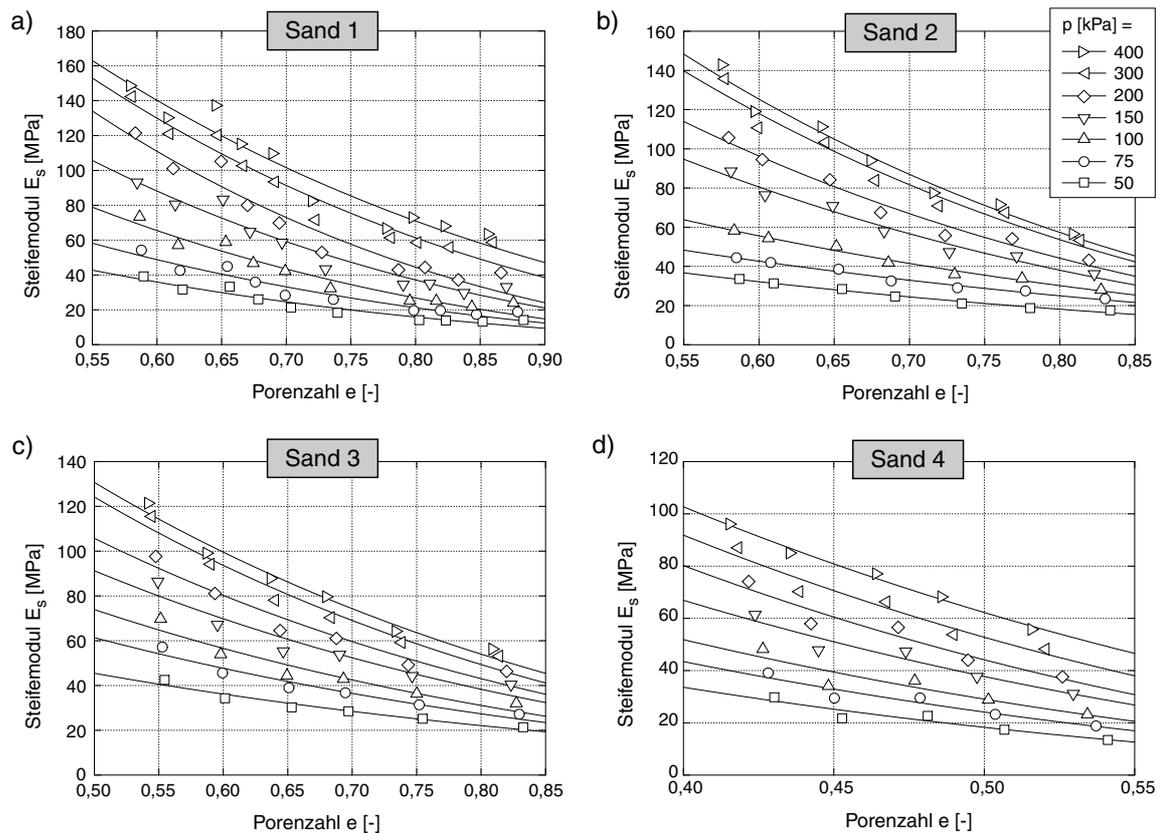
Das Bild 8 zeigt den Steifemodul E_s als Funktion der Porenzahl e für sieben Druckstufen $50 \text{ kPa} \leq p \leq 400 \text{ kPa}$ (Datenpunkte aus Interpolation zwischen den nächstgelegenen Messwerten von p). An die Messdaten wurde die Funktion

$$E_s = A \frac{(a - e)^2}{1 + e} \tag{5}$$

mit den Konstanten A (in der Einheit [MPa]) und a angepasst. Eine einheitliche Beschreibung des porenzahl- und druckabhängigen Steifemoduls durch eine Gleichung analog zu Gleichung (1) war nicht möglich, so dass Gleichung (5) separat an jede Druckstufe angepasst wurde. Die sich aus der Anpassung ergebenden Konstanten A und a sind in der Tabelle 3 zusammengestellt.

Bild 9 vergleicht die Steifemoduli E_s für die vier getesteten Sande und die Druckstufe $p = 200$ kPa. Bei

p	Sand 1		Sand 2		Sand 3		Sand 4	
	A	a	A	a	A	a	A	a
50	53,5	1,58	125,3	1,28	42,4	1,77	263,3	0,82
75	60,6	1,66	176,6	1,26	73,9	1,62	317,5	0,84
100	106,3	1,51	270,9	1,22	103,2	1,54	366,7	0,84
150	235,9	1,34	342,6	1,24	128,0	1,53	463,6	0,85
200	305,6	1,31	478,8	1,21	159,6	1,50	604,1	0,83
300	382,7	1,30	382,9	1,34	198,1	1,47	597,0	0,86
400	400,6	1,31	337,9	1,41	190,6	1,51	542,6	0,91

Table 3: Konstanten A in [MPa] und a in Gleichung (5) für die vier getesteten SandeTab. 3: Constants A in [MPa] and a in Eq. (5) for the four tested sandsFig. 8: Ödometrischer Steifemodul E_s als Funktion der Porenzahl e für unterschiedliche mittlere Drücke p
Fig. 8: Oedometric stiffness E_s as a function of void ratio e for different mean pressures p

gleicher Porenzahl weisen die enggestuften Sande 1 bis 3 wesentlich größere Steifemoduli als der weitgestufte Sand 4 auf. Im Fall der enggestuften Sande wurden bei den kleineren Porenzahlen Steifemoduli gemessen, die mit steigendem mittlerem Korndurchmesser d_{50} abnehmen.

5 Dynamischer Steifemodul $E_{s,dyn}$

Der dynamische Steifemodul $E_{s,dyn}$ wurde aus Messungen der Kompressionswellengeschwindigkeit $v_P = \sqrt{E_{s,dyn}/\rho}$ in einer Triaxialzelle ermittelt (Bild 10). Das Versuchsgerät und die Messtechnik wurden ausführlich in [7] vorgestellt. Analog zu den Ödometerversuchen wurden für jeden Sand Versuche mit unterschiedlichen

Anfangslagerungsdichten durchgeführt. Die isotrope Spannung ($p = \sigma_1 = \sigma_3$) wurde in sieben Druckstufen gesteigert ($p = 50, 75, 100, 150, 200, 300$ und 400 kPa). Zwischen den Messungen von v_P in den einzelnen Druckstufen lag eine 15-minütige Wartezeit. Die Verformungen der trockenen Proben wurden mit einem Wegaufnehmer (axiale Richtung) und mit berührungslosen Wegsensoren (seitliche Richtung) gemessen. Das Bild 11 zeigt den dynamischen Steifemodul $E_{s,dyn}$ als Funktion des Druckes und der Porenzahl.

Das Bild 12 vergleicht die gemessenen Steifemoduli $E_{s,dyn}(e)$ der vier Sande für die Druckstufe $p = 200$ kPa. Im Hinblick auf die im Abschnitt 7 noch erläuterte wesentlich geringere dynamische Schub-

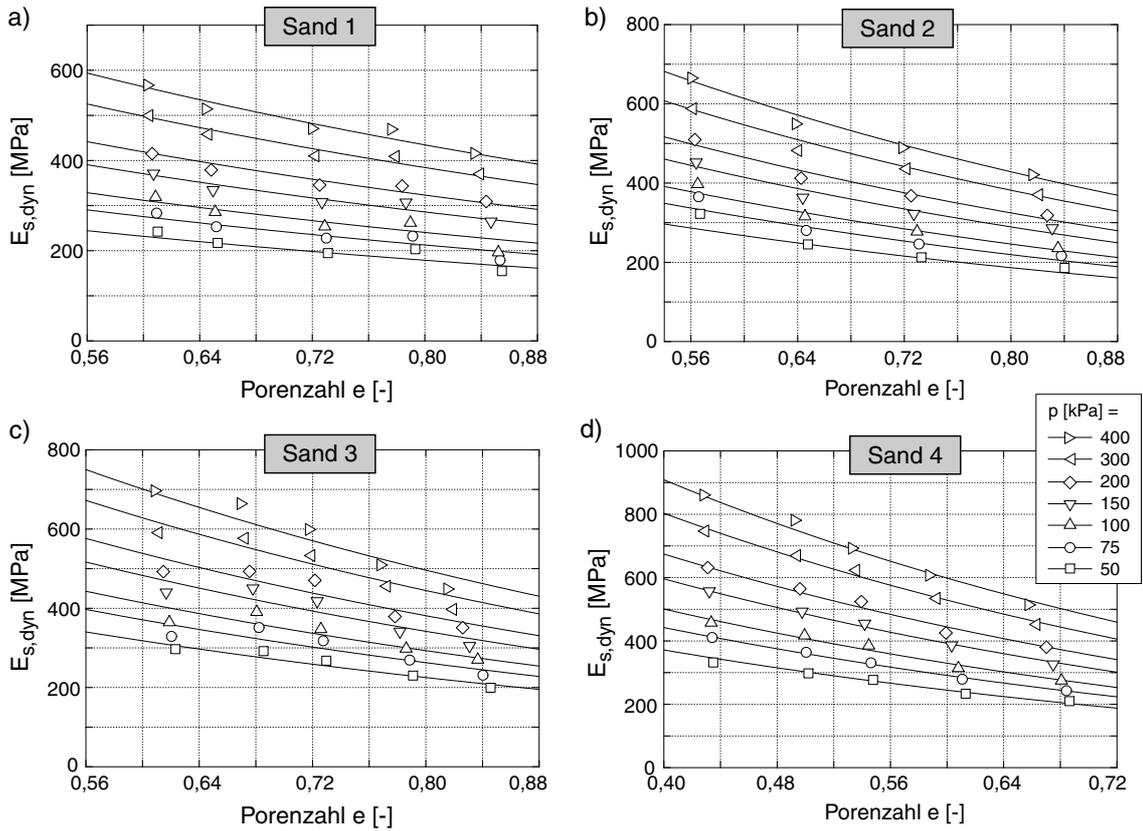


Fig. 11: Dynamischer Steifemodul $E_{s,dyn}$ als Funktion der Porenzahl e für unterschiedliche mittlere Drücke p
 Fig. 11: Dynamic stiffness $E_{s,dyn}$ as a function of void ratio e for different mean pressures p

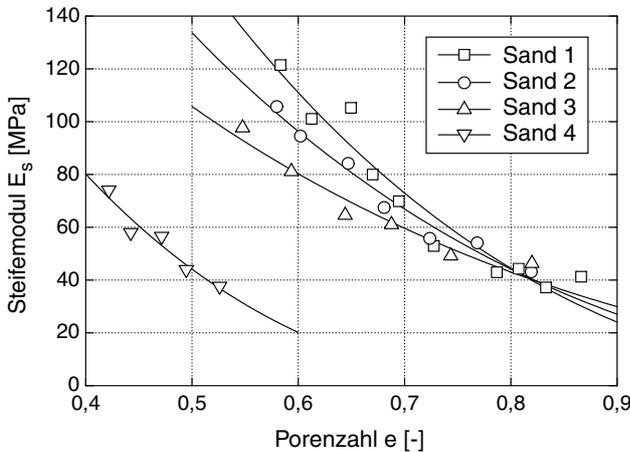


Fig. 9: Ödometrischer Steifemodul $E_s(e)$ für die vier getesteten Sande bei $p = 200$ kPa
 Fig. 9: Oedometric stiffness $E_s(e)$ for the four tested sands at $p = 200$ kPa

steifigkeit G_{dyn} des ungleichförmigen Bodens im Vergleich zu den gleichförmigen Böden bei $e = \text{konstant}$ überrascht es, dass im Bild 12 kaum eine Abhängigkeit der P-Wellengeschwindigkeit bzw. des daraus ermittelten Steifemoduls $E_{s,dyn}$ von der Korngrößenverteilungskurve festzustellen ist. Für eine bestimmte Porenzahl e sind lediglich die Werte $E_{s,dyn}$ des Grobsandes 3 etwas größer als diejenigen der anderen

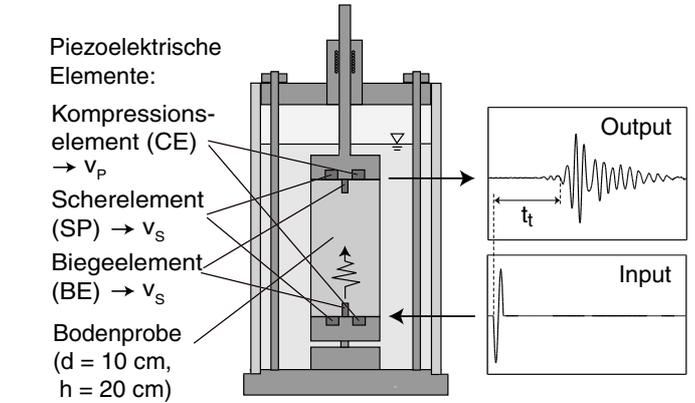


Fig. 10: Triaxialgerät mit piezoelektrischen Elementen zur Messung von P- und S-Wellengeschwindigkeiten
 Fig. 10: Triaxial device with piezoelectric elements for the measurement of P and S wave velocities

drei Sande.

Die Beschreibung von $E_{s,dyn}(e, p)$ erfolgt in Anlehnung an Gleichung (1) durch

$$E_{s,dyn} = A_E \frac{(a_E - e)^2}{1 + e} p_{atm}^{1-n_E} p^{n_E}. \quad (6)$$

Darin ist $p_{atm} = 100$ kPa der atmosphärische Druck. Die Konstanten A_E , a_E und n_E sind in Tabelle 4 zusammengestellt. Die durchgezogenen Kurven in Bild 11 entsprechen der Gleichung (6) mit den Konstanten der

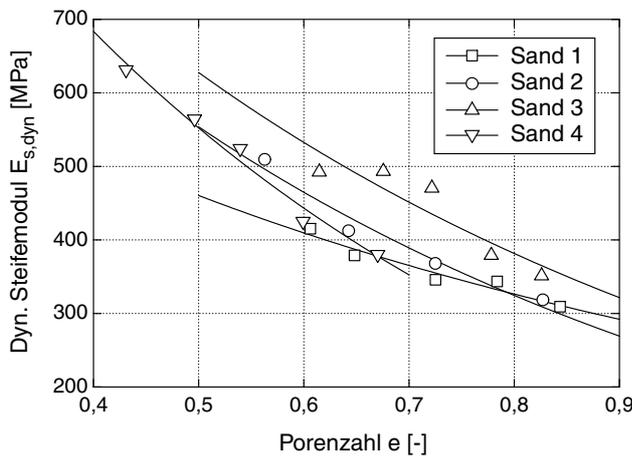


Fig. 12: Dynamischer Steifemodul $E_{s,dyn}(e)$ für die vier getesteten Sande bei $p = 200$ kPa

Fig. 12: Dynamic stiffness $E_{s,dyn}(e)$ for the four tested sands at $p = 200$ kPa

Sand	A_E [-]	a_E [-]	n_E [-]
1	585	3,52	0,43
2	1820	2,36	0,40
3	1914	2,46	0,38
4	3074	1,91	0,43

Table 4: Konstanten A_E , a_E und n_E der Gleichung (6) für die vier getesteten Sande

Tab. 4: Constants A_E , a_E and n_E of Eq. (6) for the four tested sands

Tabelle 4.

6 Korrelation des ödometrischen Steifemoduls E_s mit dem dynamischen Steifemodul $E_{s,dyn}$

Mit den Ergebnissen der Ödometerversuche (Abschnitt 4, Gleichung (5)) und der P-Wellenmessungen (Abschnitt 5, Gleichung (6)) wurden die Diagramme in Bild 13 erstellt. Sie zeigen für die vier Sande das Verhältnis $E_{s,dyn}/E_s$ als Funktion von E_s . Ein Wertepaar $E_s, E_{s,dyn}$ wurde für den gleichen mittleren Druck p ermittelt. Dabei ist zu bedenken, dass der Spannungszustand im Ödometer anisotrop ($\sigma_1 > \sigma_3$) und bei der P-Wellenmessung isotrop ($\sigma_1 = \sigma_3$) ist. Ein Vergleich der Steifigkeiten E_s und $E_{s,dyn}$ für $p = \text{konstant}$ ist dennoch gerechtfertigt, da sich eine Spannungsanisotropie erst bei Spannungsverhältnissen σ_1/σ_3 nahe dem Bruchzustand in einer Veränderung der dynamischen Steifigkeit bemerkbar macht [13]. Die Auswertung der Beziehung $E_{s,dyn}/E_s \leftrightarrow E_s$ erfolgte für eine im Bild 13 angegebene Bandbreite der Porenzahlen im Abstand $\Delta e = 0,01$ (= Abstand zweier Datenpunkte).

Die Kurven für unterschiedliche Druckniveaus p werden im Bild 13 mit dem grau hinterlegten Bereich aus Bild 2 verglichen. Für den Fein- und Mittelsand 1 liegen die gemessenen Verhältnisse $E_{s,dyn}/E_s$ insbeson-

dere für größere Drücke und kleinere Porenzahlen, d.h. größere Werte von E_s , innerhalb der in Bild 2 angegebenen Bandbreite. Mit zunehmendem mittleren Korndurchmesser d_{50} wurde bei den enggestuften Sanden 1 bis 3 für einen bestimmten Wert von E_s eine Zunahme des Verhältnisses $E_{s,dyn}/E_s$ gemessen. So liegen die Verhältnisse $E_{s,dyn}/E_s$ im Fall des Mittel- und Grobsandes 2 zum größten Teil leicht unterhalb der oberen Grenze des in Bild 2 grau hinterlegten Bereiches. Im Fall des Grobsandes 3 liegen die gemessenen Verhältnisse $E_{s,dyn}/E_s$ bereits oberhalb des in [4] empfohlenen Ablesebereiches. Beim ungleichförmigen Sand 4 unterschätzt die in Bild 2 angegebene Bandbreite das tatsächliche Verhältnis $E_{s,dyn}/E_s$ deutlich (Faktor 1,5 bis 3). Aus Bild 13 kann demnach geschlossen werden, dass das Diagramm in Bild 2 nur für enggestufte Fein- bis Mittelsande angewandt werden sollte.

7 Dynamischer Schubmodul G_{dyn} und Querdehnzahl ν

Aus den Bildern 2 bzw. 13 erhält man für einen bestimmten ödometrischen Steifemodul E_s den dynamischen Steifemodul $E_{s,dyn}$. Zumeist benötigt man jedoch den dynamischen Schubmodul G_{dyn} , der aus Gleichung (2) unter Annahme einer Querdehnzahl ν berechnet wird. In [4] wird für Sand und Kies $0,25 \leq \nu \leq 0,35$ empfohlen. Die P-Wellenmessungen in der Triaxialzelle wurden um Resonant-Column-(RC)-Versuche zur Bestimmung des dynamischen Schubmoduls G_{dyn} ergänzt (S-Wellenmessungen in der Triaxialzelle wurden leider nicht vorgenommen, RC-Versuche liefern jedoch nahezu identische Werte [7]). Das Versuchsgerät ist in Bild 14 dargestellt und wurde in [7] ausführlich beschrieben. Die annähernd isotrope Spannung (eine leichte Anisotropie resultiert aus dem Gewicht des Erregerkopfes [7]) wurde analog zu den P-Wellenmessungen in der Triaxialzelle in sieben Druckstufen gesteigert ($p = 50, 75, 100, 150, 200, 300$ und 400 kPa). Bei jedem Druck wurde G_{dyn} nach einer 15-minütigen Wartezeit gemessen. Verformungen der Probe infolge der Druckerhöhung wurden lokal mit berührungslosen Wegaufnehmern ermittelt.

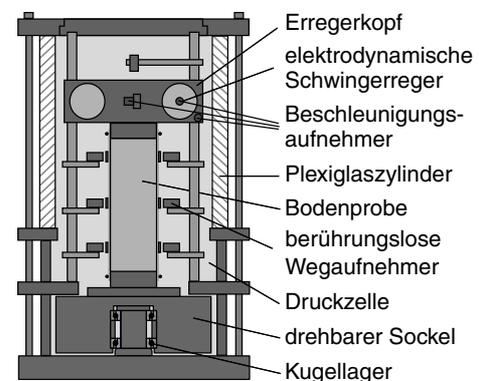


Fig. 14: Schema des Resonant-Column-Gerät

Fig. 14: Scheme of the resonant column device

Das Bild 15 stellt den dynamischen Schubmodul für

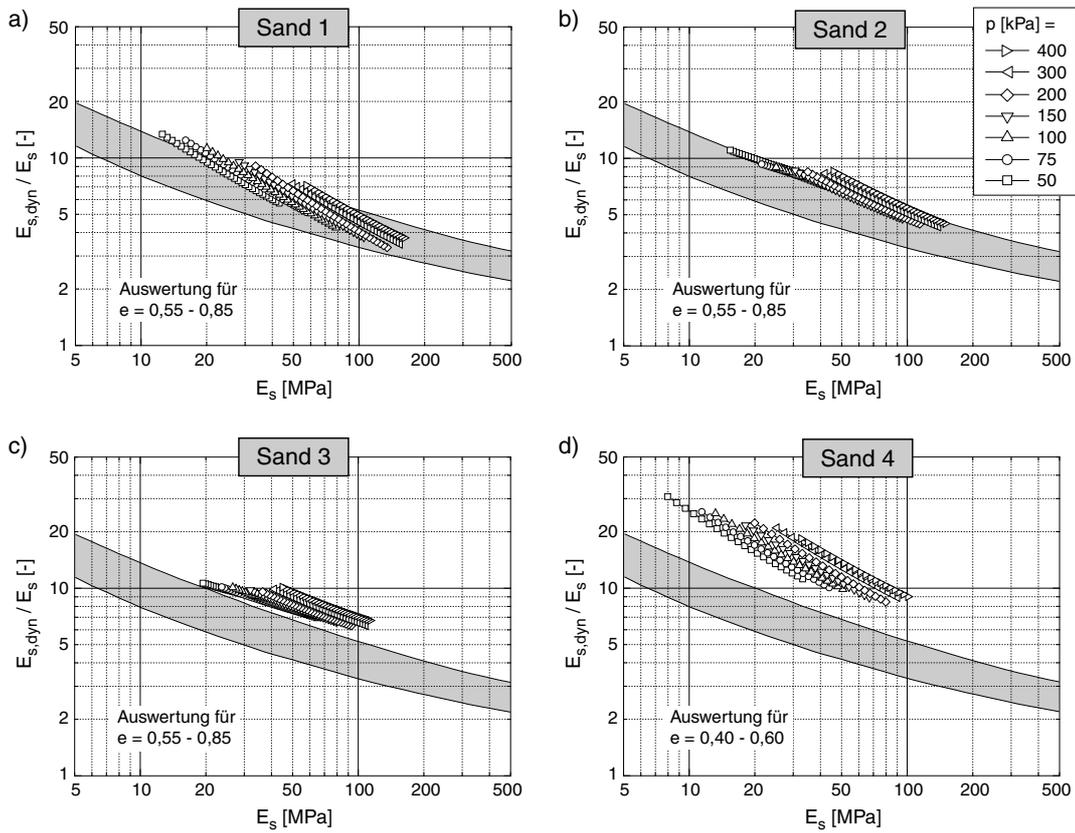


Fig. 13: Faktor $E_{s,dyn}/E_s$ als Funktion von E_s (grau hinterlegter Bereich entspricht der in Bild 2 angegebenen Bandbreite)
 Fig. 13: Factor $E_{s,dyn}/E_s$ as a function of E_s (shaded area coincides with the band width given in Fig. 2)

die vier Sande als Funktion des mittleren Druckes p und der Porenzahl e dar. In Bild 16 sind die Kurven $G_{dyn}(e)$ der vier Sande für die Druckstufe $p = 200$ kPa gegenübergestellt. In Übereinstimmung mit früheren Versuchsergebnissen [10] sind die Schubsteifigkeiten für die enggestuften Sande bei einer gleichen Porenzahl nahezu unabhängig von d_{50} (etwas größere Steifigkeiten wurden für den größten Sand 3 gemessen). Der ungleichförmige Sand weist bei $e = \text{konstant}$ wesentlich geringere Werte von G_{dyn} auf als die enggestuften Sande.

Die Abhängigkeit $G_{dyn}(e, p)$ kann durch die dimensionsreine Variante der Gleichung (1)

$$G_{dyn} = A_G \frac{(a_G - e)^2}{1 + e} p_{atm}^{1-n_G} p^{n_G} \quad (7)$$

beschrieben werden. Die aus einer Kurvenanpassung erhaltenen Materialkonstanten A_G , a_G und n_G sind in Tabelle 5 zusammengestellt. Die gute Approximation der Messdaten durch die Gleichung (7) und die Konstanten der Tabelle 5 zeigen die durchgezogenen Linien im Bild 15.

Die Querdehnzahl ν erhält man bei bekannten Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Kompressions- (v_P) und der Scherwelle (v_S) aus

$$\nu = \frac{2 - (v_P/v_S)^2}{2 - 2(v_P/v_S)^2} \quad \text{bzw.} \quad (8)$$

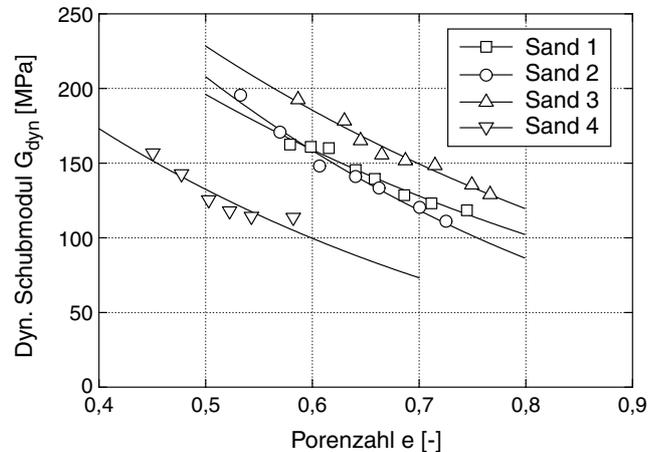


Fig. 16: Dynamischer Schubmodul $G_{dyn}(e)$ für die vier getesteten Sande bei $p = 200$ kPa

Fig. 16: Dynamic shear modulus $G_{dyn}(e)$ for the four tested sands at $p = 200$ kPa

$$\nu = \frac{\alpha}{4(1 - \alpha)} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{4(1 - \alpha)}\right)^2 - \frac{\alpha - 2}{2(1 - \alpha)}} \quad (9)$$

mit $\alpha = E_{s,dyn}/G_{dyn}$. Gleichung (9) wurde mit den Gleichungen (6) und (7) sowie den Konstanten der Tabellen 4 und 5 für die vier Sande ausgewertet. Die daraus erhaltenen Querdehnzahlen ν sind im Bild 17 in Abhängigkeit der Porenzahl e und des mittleren Druckes p dargestellt.

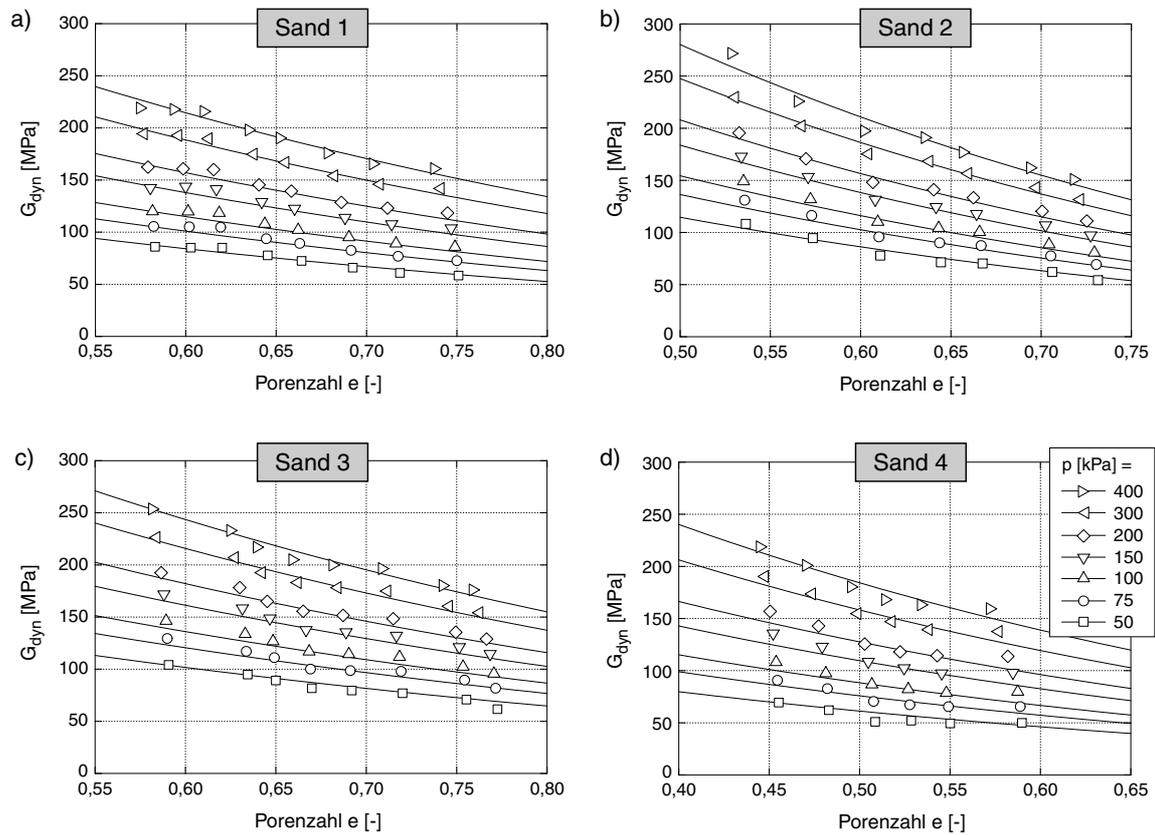


Fig. 15: Dynamischer Schubmodul G_{dyn} als Funktion der Porenzahl e und des mittleren Druckes p für die vier getesteten Sande

Fig. 15: Dynamic shear modulus G_{dyn} as a function of void ratio e and mean pressure p for the four tested sands

Sand	A_G [-]	a_G [-]	n_G [-]
1	1196	1,84	0,45
2	2513	1,46	0,43
3	1288	1,90	0,42
4	1409	1,47	0,53

Table 5: Konstanten A_G , a_G und n_G der Gleichung (7) für die vier getesteten Sande

Constants A_G , a_G and n_G of Equation (7) for the four tested sands

Für alle vier getesteten Sande steigt ν mit der Porenzahl e . Mit zunehmendem mittlerem Korndurchmesser d_{50} und mit zunehmender Ungleichförmigkeitszahl U ist diese Zunahme weniger stark ausgeprägt. Die leichte Spannungsabhängigkeit resultiert aus den etwas unterschiedlichen Werten der Konstanten n_E und n_G in den Gleichungen (6) und (7). Für die enggestuften Sande 1 bis 3 liegen die Querdehnzahlen im Bereich $0,18 \leq \nu \leq 0,37$. Für den weitgestuften Sand 4 wurden größere Werte $0,34 \leq \nu \leq 0,43$ ermittelt.

Der Fehler, der sich (zusätzlich zu der aus Bild 2 resultierenden Ungenauigkeit) aus einer falschen Abschätzung der Querdehnzahl ergibt, kann beträchtlich sein. So erhält man für $\nu = 0,2$ die Beziehung $G_{\text{dyn}} =$

$0,375 E_{s,\text{dyn}}$ und für $\nu = 0,4$ gilt $G_{\text{dyn}} = 0,167 E_{s,\text{dyn}}$. Die Diagramme in Bild 17 können zu einer genaueren Abschätzung der Querdehnzahl herangezogen werden.

8 Korrelation von E_s mit G_{dyn}

Die Bestimmung von G_{dyn} aus E_s lässt sich abkürzen, indem man beide Größen direkt miteinander korreliert. Solche Diagramme, die das Verhältnis G_{dyn}/E_s als Funktion von E_s zeigen, enthält das Bild 18. Die dort angegebenen Bandbreiten für die untersuchten Drücke und Porenzahlen sollten in jedem Fall genauere Werte für G_{dyn} liefern als das Diagramm in Bild 2 in Kombination mit der Annahme einer Querdehnzahl.

Natürlich hängt eine Abschätzung von G_{dyn} aus E_s in entscheidender Weise von der Qualität des Eingangswertes E_s ab. Verwendet man hierfür grobe Erfahrungswerte, wird auch eine verbesserte Korrelation $E_s \leftrightarrow G_{\text{dyn}}$, wie sie Bild 18 enthält, wenig nützen. Eingangswerte für die Korrelationsdiagramme sollten daher die Ergebnisse qualitativ hochwertiger Ödometerversuche sein.

Am Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik der RUB läuft zur Zeit eine umfangreiche Untersuchung zum Einfluss der Korngrößenverteilungskurve nichtbindiger Böden auf die dynamische Schubsteifigkeit G_{dyn} . Hierfür werden Versuchsreihen im Resonant-Column-Gerät durchgeführt. Ziel ist es u.a., die Kon-

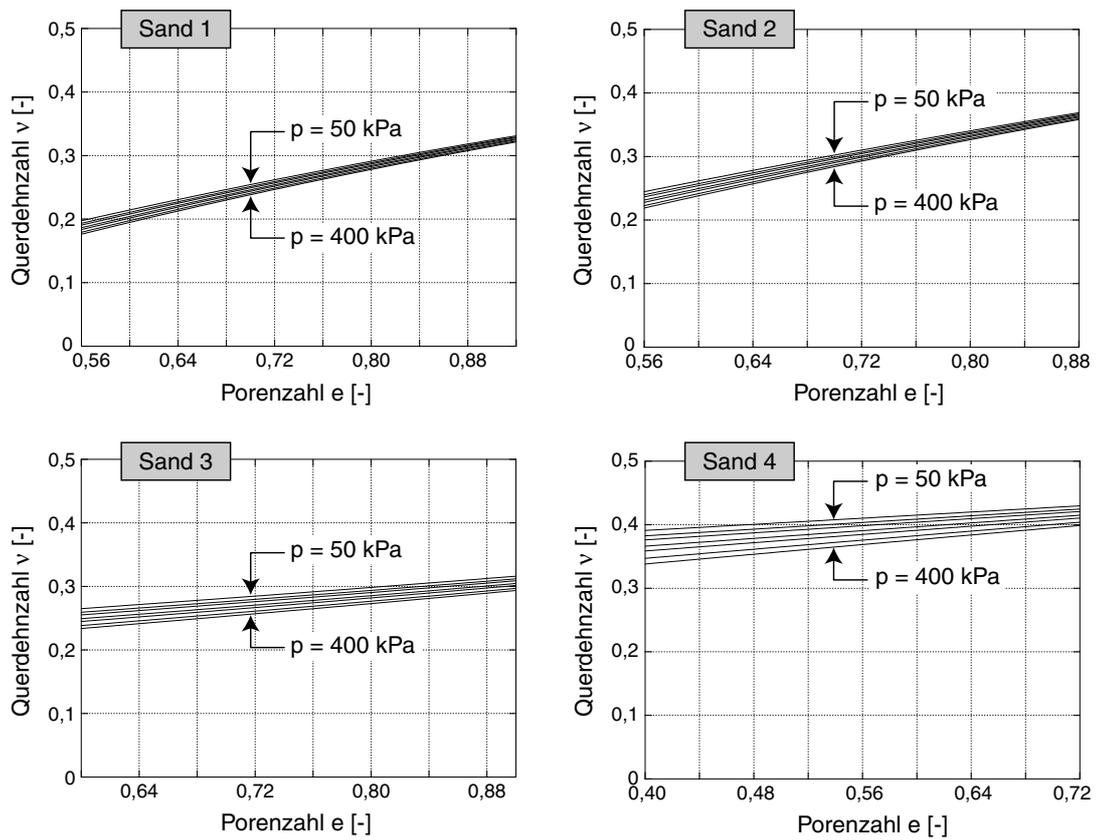


Fig. 17: Querdehnzahl ν als Funktion der Porenzahl e und des mittleren Druckes p für die vier getesteten Sande
 Fig. 17: Poisson's ratio ν as a function of void ratio e and mean pressure p for the four tested sands

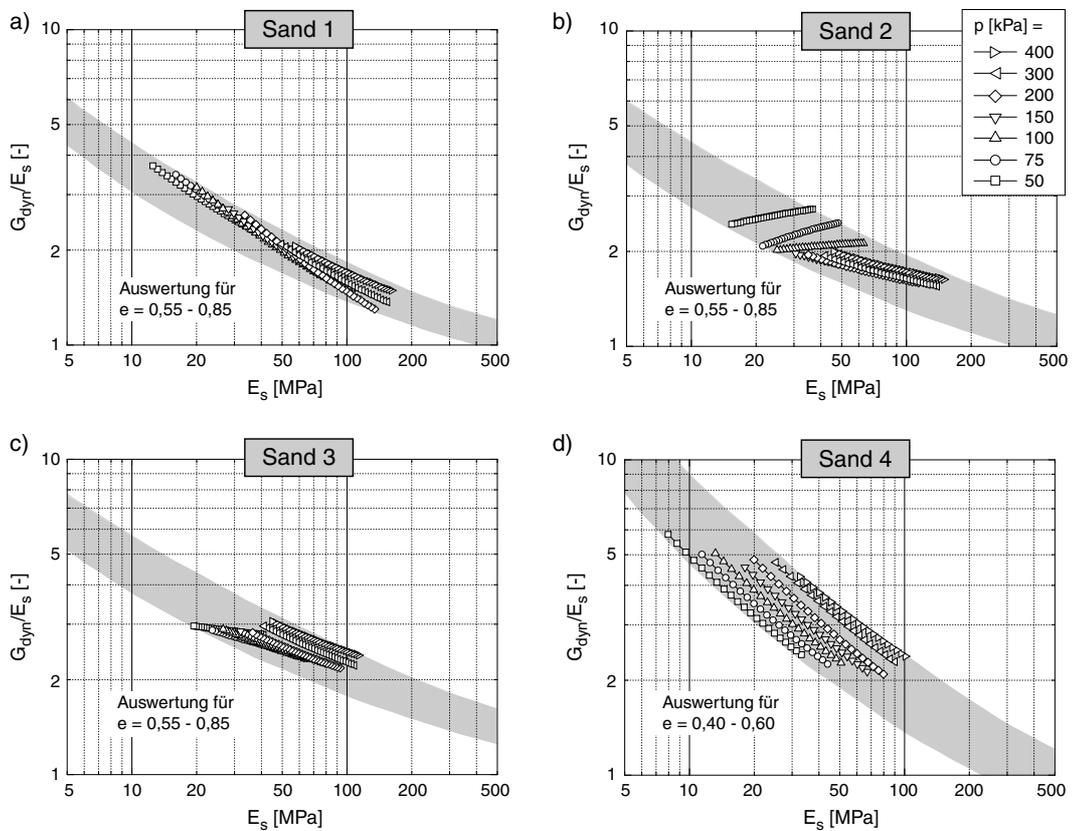


Fig. 18: Korrelation des dynamischen Schubmoduls G_{dyn} mit dem ödometrischen Steifemodul E_s
 Fig. 18: Correlation of the dynamic shear modulus G_{dyn} with the oedometric stiffness E_s

stanten der Gleichung (7) mit der Granulometrie (insbesondere mit der Ungleichförmigkeitszahl U) zu korrelieren. Solch ein empirischer Ansatz mit geschlossenen Gleichungen wird bessere Abschätzungen des dynamischen Schubmoduls G_{dyn} ermöglichen als Korrelationsdiagramme $E_s \leftrightarrow E_{s,\text{dyn}}$ bzw. $E_s \leftrightarrow G_{\text{dyn}}$.

9 Zusammenfassung

Dieser Aufsatz diskutiert eine häufig verwendete Korrelation des ödometrischen Steifemoduls E_s mit dem dynamischen Steifemodul $E_{s,\text{dyn}}$ bzw. mit dem dynamischen Schubmodul G_{dyn} . Dazu wurden Ödometerversuche, P-Wellenmessungen in einer Triaxialzelle sowie Resonant-Column-Versuche an vier Sanden mit unterschiedlichen Korngrößenverteilungskurven durchgeführt. Die Auswertung dieser Versuche zeigt, dass die bisher verwendete Korrelation nur für enggestufte Fein- bis Mittelsande angewandt werden sollte. Für gröbere enggestufte Sande und Kiese sowie weitgestufte Böden wird das Verhältnis $E_{s,\text{dyn}}/E_s$ zum Teil signifikant unterschätzt. Weitere Fehler können aus der Abschätzung der Querdehnzahl resultieren, die für die Umrechnung von $E_{s,\text{dyn}}$ in G_{dyn} benötigt wird. Dieser Beitrag gibt Anhaltswerte von ν für die unterschiedlichen Sande an. Außerdem wurde eine auf den Messdaten basierende Korrelation von G_{dyn} mit E_s entwickelt. Sie liefert realistischere Werte für G_{dyn} als die bisher verwendete Korrelation in Bild 2, ist aber ebenso wie diese auf qualitativ hochwertige Eingangswerte von E_s angewiesen.

References

- [1] T. Wichtmann, A. Niemunis, and T. Triantafyllidis. Setzungsakkumulation in nichtbindigen Böden unter hochzyklischer Belastung. *Bautechnik*, 82(1):18–27, 2005.
- [2] T. Wichtmann, A. Niemunis, and T. Triantafyllidis. FE-Prognose der Setzung von Flachgründungen auf Sand unter zyklischer Belastung. *Bautechnik*, 82(12):902–911, 2005.
- [3] F.E.Jr. Richart, J.R.Jr. Hall, and R.D. Woods. *Vibrations of Soils and Foundations*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.
- [4] *Empfehlungen des Arbeitskreises 1.4 "Baugrunderdynamik" der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT)*, 2001.
- [5] G. Gazetas. *Foundation Engineering Handbook, 2nd Edition*, chapter 15: Foundation vibrations, pages 553–593. 1991.
- [6] B.O. Hardin and V.P. Drnevich. Shear modulus and damping in soils: design equations and curves. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 98(SM7):667–692, 1972.
- [7] T. Wichtmann and T. Triantafyllidis. Dynamische Steifigkeit und Dämpfung von Sand bei kleinen Dehnungen. *Bautechnik*, 82(4):236–246, 2005.
- [8] B.O. Hardin and F.E. Richart Jr. Elastic wave velocities in granular soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 89(SM1):33–65, 1963.
- [9] B.O. Hardin and W.L. Black. Sand stiffness under various triaxial stresses. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 92(SM2):27–42, 1966.
- [10] T. Wichtmann and T. Triantafyllidis. Über den Einfluss der Kornverteilungskurve auf das dynamische und das kumulative Verhalten nichtbindiger Böden. *Bautechnik*, 82(6):378–386, 2005.
- [11] I. Alpan. The Geotechnical Properties of Soils. *Earth Science Reviews, Elsevier*, (6):5–49, 1970.
- [12] *E DIN 18135:1999-06 "Baugrund - Untersuchung von Bodenproben - Eindimensionaler Kompressionsversuch"*, 1999.
- [13] P. Yu and F.E. Richart Jr. Stress ratio effects on shear modulus of dry sands. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 110(3):331–345, 1984.

Autoren dieses Beitrages:

Dr.-Ing. Torsten Wichtmann, Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Theodor Triantafyllidis, Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Universitätsstraße 150, 44780 Bochum